ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 FÉVRIER 1918.

PRÉSIDENCE DE M. PAUL PAINLEVÉ.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Les anciennes stations astronomiques de Nantes et de Pau.* Note [1] de M. G. BIGOURDAN.

Nantes.

En 1636 vivait dans cette ville ou aux environs un capucin quelque peu astronome, le P. Anastase de Nantes, qui nous est connu par la correspondance de Peiresc (P. — Ap. de V., 262... 266, 281...). Il paraît s'être occupé surtout d'antiquités bretonnes et autres, mais à cette époque il avait déjà consacré 20 années à l'étude des Mathématiques, et il avait fait de « merveilleuses inventions pour faciliter les observations célestes » (p. 263); cependant il n'observait pas, car Peiresc lui écrit (p. 293) :

Ne vous pouvant dissimuler que ce m'a esté une grande mortiffication de voir dans vostre lettre la protestation que vous me faictes de n'avoir jamais rien entreprins de rien observer dans le ciel, mesme directement, par aulcuns instruments grands ou petits, et que vous aimez mieux croire les mathematiciens en ce qu'ils disent de la longitude, latitude, grandeur des estoilles.... Il y a certainement tant de peine et de subjection à telles observations directes dans le ciel, pour les rendre bien exactement justes, que, s'il y a moyen d'y parvenir par une autre voye si facile que celle que vous proposez, ce seroit un merveilleux secours aux siècles advenir, et une grande gloire à

---

(1) Séance du 18 février 1918.

vous de l'avoir descouvert le premier. Et vous asseure que vous nous avez bien mis en resverie à deviner de quelle qualité peuvent estre ces effects qui vous donnent si précisement les mouvements de toutes choses.

Vous avez touché un mot d'un quadran bien juste...

Peiresc, qui paraît un peu sceptique sur ces moyens mystérieux, l'engage à venir à Aix et surtout prône inlassablement l'observation directe, que rien encore ne remplace.

Le P. Anastase se plaint du ciel « trop nubileux » de Bretagne (p. 293).

D'après J. Cassini (*Mém. Acad.*, 1731, p. 328), le P. Fontenay [1] observa à Nantes, en 1676, une comète un peu mystérieuse qu'il fut seul à voir, du 14 février au 9 mars; brillante comme les étoiles de troisième grandeur, elle était dans l'Eridan et le Lièvre et paraît avoir eu un mouvement direct. J. Cassini dit qu'il n'a pu représenter son cours, « n'en ayant pas d'Observations assés détaillées ». Aussi ne figure-t-elle pas parmi les comètes dont on a calculé les éléments.

Pingré (*Comét.*, II, 24) fait à ce sujet, en 1784, les justes réflexions suivantes :

Je suis très-éloigné de révoquer en doute l'autorité du P. Fontenay, encore plus celle de feu M. Cassini, auteur de l'extrait que je viens de rapporter; mais il serait peut-être à désirer que cette Comète eût eu plus d'un Observateur, et que la première mention que j'en trouve ne fût pas de cinquante-six ans postérieure à son apparition.

J. Cassini paraît avoir tiré son extrait d'un portefeuille qui se trouve encore à l'Observatoire, sous la cote B, 4, 1.

Nous trouvons des observations plus sérieuses en 1679 : en décembre de cette année, « proche le Chasteau » (*Anc. Mém.*, VII$_1$, 133) ou entre le Château et les Minimes (*Ann. cél.*, p. 354), Picard et Lahire déterminèrent la longitude par une émersion du premier satellite de Jupiter, et la latitude par quelques hauteurs d'étoiles.

La célèbre comète de 1680 fut observée à Nantes, du 10 au 21 janvier 1681, et semble-t-il avec assez de précision, par un *anonyme* qui communiqua ses

---

[1] C'est évidemment le Jésuite qui s'appelait en réalité Jean *de Fontaney* (1643 février 17 — 1710 janvier 16) et qui dans la suite observa au Collège de Clermont, puis fut missionnaire en Chine; sa carrière astronomique appartient plutôt à Paris.

résultats à Cassini par l'intermédiaire du P. de Fontaney (Cassini, *Obs. sur la comète*... 1681, p. 71-78).

Le P. *Lambilly* (1), jésuite, était professeur d'hydrographie à Nantes en 1706, mais il ne paraît pas s'être livré aux observations.

D'après les *Mémoires de l'Académie* de 1735, p. 409, le 4 août de cette année Maraldi le jeune observa à Nantes une éclipse du deuxième satellite de Jupiter.

Le passage de Vénus de 1761 fut observé à Nantes par le P. *Chardin* (2) (*Mém. de Trévoux*, juillet 1761, p. 1720) qui s'occupa aussi d'horlogerie.

Peu après nous trouvons comme professeur d'hydrographie à Nantes Pierre *Lévêque* (Nantes, 1746 septembre 3 — Le Havre, 1814 octobre 16), examinateur de la Marine, puis de l'École Polytechnique, d'abord Correspondant de l'Académie de Marine, puis de l'ancienne Académie des Sciences (1743) et enfin membre résident de l'Institut (1801).

Il est connu par divers ouvrages didactiques, par de nombreuses tables astronomiques et nautiques en partie insérées dans la *Connaissance des Temps*, etc., mais il observa bien peu, et nous ne connaissons de lui aucune observation faite à Nantes. En 1781 il déterminait à Paris la position de la planète Uranus, que W. Herschel venait de découvrir (Montucla, *Hist. des Math.*, IV, p. 123).

Plus tard, en 1823, le préfet de la Loire-Inférieure sollicita l'établissement d'un observatoire dans la ville de Nantes, et le ministre de l'Intérieur demanda l'avis du Bureau des Longitudes, avec l'indication des instruments qui seraient nécessaires; mais ce projet ne paraît pas avoir eu de suite.

En 1863 la longitude exacte de Nantes fut entreprise, avec d'autres opérations analogues, par l'Observatoire de Paris; mais depuis il ne paraît plus avoir été fait d'autres observations astronomiques dans cette ville, qui possède un observatoire météorologique.

---

(1) Guillaume *de Lambilly*, né dans le diocèse de Saint-Malo le 25 décembre 1649, dressa la Carte de l'évêché de Nantes, enseigna les humanités dans cette ville et y mourut le 10 avril 1699.

(2) Simon *Chardin*, jésuite, né à Nantes le 8 décembre 1714, devint membre de l'Académie de cette ville et y mourut le 2 octobre 1782. Il enseigna la philosophie à Caen, les mathématiques et l'hydrographie à Nantes.

Pau.

L'éclipse de Lune du 25 mai 1668 y fut observée par un *anonyme* (*Arch. Obs.*, B, 4, 1).

Le P. *Richaud* [1], Jésuite, y observa l'éclipse de Soleil du 12 juillet 1684 [2] (*J. des Sav.*, 1684, p. 312) dont il avait préalablement calculé les circonstances [3], — ainsi que la comète de 1686, qui ne fut pas vue ailleurs en France; aussi ses observations furent-elles dans la suite particulièrement précieuses pour en calculer l'orbite (*Anc. Mém.*, VIII, p. 246, et PINGRÉ, *Cométogr.*, II, 29).

Peu après il fit partie du groupe de missionnaires envoyés en Extrême-Orient, et il observa surtout dans la région de Pondichéry et du Siam (*Anc. Mém.*, VII_2, 3, p. 133..., 202). C'est à Pondichéry qu'en observant la comète de décembre 1689 il fit l'intéressante découverte que α Centaure est *double :* « les deux étoiles, dit-il, paroissent même avec la lunette [de 12 pieds] presque se toucher; quoique cependant on les distingue aisément » (p. 206).

Ses observations d'éclipses des satellites de Jupiter lui donnèrent l'occasion d'envoyer des *Remarques sur les Tables*... de Cassini; et au Siam il recueillit des *Remarques* sur l'ère des Siamois, sur leur Calendrier et sur leur Astronomie (*Anc. Mém.*, VII_2, 3, p. 146 et 154).

Le P. *Tauzin*, qui paraît avoir séjourné fort peu de temps à Pau, y observa cependant l'éclipse de Soleil du 22 juin 1694 (523; 94).

Un autre jésuite, le P. *Pallu* [4] y résida beaucoup plus longtemps, mais ne paraît s'être livré aux observations que dans le cours des années 1701 et 1702; dans cette période il fit les suivantes :

Éclipse de Lune de 1701 février 22; — Comète de 1701, qu'il semble avoir été seul à voir en France; — Occultations diverses, notamment d'Aldébaran, et qui pourraient être fort utiles encore si l'heure a été déterminée avec précision; — Éclipses des satel-

---

(1) Jean *Richaud*, né à Bordeaux le 10 octobre 1633, mourut au Siam au commencement de 1693; il professait à Pau la théologie et les mathématiques.

(2) C'est évidemment par erreur que J. Bernoulli (*Lettres*..., II, 261) attribue cette observation au P. Pallu.

(3) *Les particularités de l'éclipse de Soleil qui doit arriver le 12 juillet* 1684.... Pau, 1684, in-4°.

(4) Jean *Pallu* (Tours, 1666 juin 23 — Pau, 1736 août 23), enseigna au collège de Pau les mathématiques pendant 36 ans.

lites de Jupiter; — Latitude. Sur ces observations, voir *Mém. Acad.*, 1701, p. 71, 218; — 1702, p. 13; — 1755, p. 395, 396. — *Mém. Trévoux*, mars-avril 1701, p. 176-180. — *Sav. étr.* III, 88. — PINGRÉ, *Comét.*, II, 36. — *Conn. des Temps*, 1811, p. 482.

Après cette époque on ne mentionne plus d'observation astronomique faite dans la capitale du Béarn; mais plus tard le P. Pallu publia les deux Mémoires suivants :

Examen du nombre des étoiles visibles (*Mém. Trévoux*, avril 1737, p. 639-656; — *Mém. d'une Soc. célèbre*, III, 268-281), où il cherche la loi qui relie le nombre des étoiles d'une grandeur quelconque à la suivante; et il trouve ainsi que le nombre total des étoiles visibles à l'œil nu serait bien plus grand qu'on ne croit généralement; il arrive à des nombres voisins de 12000.

Des astérismes nommés dans la Bible (*Mém. Acad.*, 1737, p. 656).

Remarque. — Aux astronomes déjà cités de Caen, et aux stations dont l'activité ne s'est pas prolongée, on peut faire les additions suivantes :

Jacques *Graindorge*, bénédictin de l'abbaye de Fontenai près de Caen, et prieur de Culey, en basse Normandie, avait étudié avec G. Macé, et crut avoir fait nombre de découvertes importantes : causes du vent et de ses changements de direction, du flux, du reflux et des autres mouvements de la Terre — pratiques pour obtenir très exactement les positions de toutes les planètes, — solution du problème des longitudes, etc.

Colbert, vivement préoccupé des besoins de la marine, s'intéressait à la solution de ce dernier problème et chargea l'Académie des Sciences naissante d'examiner un grand nombre de projets, dont les inventeurs aspiraient généralement aux fortes récompenses promises en cas de succès. Parfois, Colbert assista personnellement aux discussions.

Le prieur de Culey fut appelé à Paris; l'exposition et la discussion de sa méthode occupa plusieurs séances de l'Académie en février et mars 1669, et la conclusion unanime des commissaires fut « que les méthodes de trouver les longitudes proposées par M. Graindorge sont incertaines et ne peuvent estre d'aucun usage » [1].

---

[1] D'après certaines biographies, par exemple celle du *Moréri*, le prieur de Culey a publié ses méthodes; en tout cas, on trouve à ce sujet de longs détails dans les procès-verbaux manuscrits de l'Académie des Sciences (*Reg.*, III, f° 261...). Ce prieur est le « curé de campagne » dont parle l'historien de l'Académie à l'année 1669.

Delisle (A., 1, 9, 9) ajoute : « A composé un petit ouvrage sous le titre d'*Abrégé*

A cette époque, il dit qu'il s'occupe d'Astronomie depuis plus de 35 ans.

On cite aussi de Graindorge l'Ouvrage suivant : *Mercurius invisus, sed tamen propè solem observatus*. Cadoni, 1674; in-4°.

Il mourut dans son monastère le 25 mai 1680, âgé de 78 ans.

Le P. Pierre-Jean de *Bonnécamp* (Vannes, 5 septembre 1707; — Tronjoly en Morbihan, 28 mai 1790) fit des observations au Canada, puis professa les Mathématiques à Caen, mais ne paraît pas y avoir fait d'observation. Il y a diverses lettres de lui dans la correspondance de J.-N. Delisle [XIII, n°s 96, 103, 154; XIV, 67 (1)].

Enfin, la dernière observation faite à Caen est peut-être celle de l'éclipse de Soleil du 21 pluviôse an XII (1804, février 9); elle fut observée par R.-L. *Prudhomme* (2), professeur de mathématiques et d'hydrographie dans cette ville et qui la communiqua au Bureau des Longitudes.

Rieux. — Écl. ⊙ 1694 juin 22, observée par un anonyme : (323; 94).

Roanne. — Lat. (★) 1701 : *Fig. Terre*, p. 185.

Rodez. — Lat. (⊙, ★) 1700; — Taches ⊙, Azimut 1710 : *Fig. Terre*, p. 107, 170; *Mém. Acad.*, 1701, p. 79, 263...). — Longitude moderne, par l'Obs. de Paris, 1864.

Roses. — Écl. ⊙ 1684 juillet 12, par Chazelles : *Anc. Mém.*, X, p. 671, et *Mém. Acad.*, 1701, p. 89.

Royan. — Long. (sat.), Lat. (★), Déclinaison magnétique 1680, Picard et Lahire : *Anc. Mém.* VII_1, 1, p. 142. Plus tard, quelques observations de marées : *Mém. Acad.*, 1720, p. 155.

Saint-Elme (en Roussillon). — Lat. (⊙) 1701 : *Fig. Terre*, p. 181-182.

Saint-Malo. — Long. (sat.), Lat. (⊙, ★), Déclinaison magnétique, Marées 1681. Picard : *Anc. Mém.*, VII_1, 1, 147 et (363; 81). — Long. (sat.) 1736 : *Mém. Acad.*, 1736, p. 337.

---

de la physique astronomique, ce qui comprend non seulement le jugement des évènemens, mais encore les vents, les pluies, etc. Le tout imprimé à Caen, in-4°, 1672 (voir le P. Deschales, p. 108). »

(1) Sur le P. *Bonnécamp*, voir une *Notice* par l'abbé Gosselin, dans *Proc. and Trans.* of the R. Soc. of Canada, 2e série, vol. I.

(2) René-Louis *Prudhomme*, né à Bellême en 1748, s'adonna tard à l'Astronomie. Après avoir vécu dans l'intimité des encyclopédistes il fut quelque temps ingénieur des Mines, puis professeur de physique à Bordeaux où, à la Révolution, il devint colonel de la Garde nationale. En 1801 il étudia l'astronomie sous Dulague à Rouen, et ensuite professa l'hydrographie à Caen jusqu'à sa retraite en 1834. Il mourut à plus de 90 ans, le 19 décembre 1840. (Voir Th. Le Breton, *Biographie normande*.)

SAINT-PIERRE-le-Moustier (près Montluçon). — Lat. (⊙, ★) 1701 : *Fig. Terre*, p. 186.
SAINT-SAUVIER (près Montluçon). — Lat. (★) 1700 : *Fig. Terre*, p. 163.
SAINTES. — Écl. ☾ 1697 octobre 29, par le P. *Tauzin* : (558-559; 97).
SAULIEU. — Lat. (⊙, ★) 1694, Cassini I, II : *Anc. Mém.*, VII_2, 2, p. 3.
SOURDON. — Lat. (★) 1670, Picard : *Anc. Mém.*, VII_1, 1, p. 44; *Fig. Terre*, p. 279.
TAIN (en Dauphiné). — Lat. (♂) 1672, Cassini I : *Anc. Mém.*, VIII, p. 69. — Lat. (⊙, ★) 1701 : *Fig. Terre*, p. 184.
TANARON (près Digne). — Dist. ☾ — pl., 1633, Gassendi (92; 33).
TARARE. — Lat. (★) et obs. ♂, 1672, Cassini I : *Anc. Mém.*, VIII, p. 68. — Lat. (⊙) 1701 : *Fig. Terre*, p. 185.
TOURNUS. — Lat. (⊙) 1694, par Cassini I, II : *Anc. Mém.*, VII_2, 2, p. 5.
USSEL. — Lat. (⊙) 1700 : *Fig. Terre*, p. 167-168.
VOUZON. — Long. (sat.), Lat. (⊙) 1700 : *Fig. Terre*, p. 160-162 [1].

ÉLECTRICITÉ. — *Détermination graphique des inductances totales directe et transversale des alternateurs au moyen des caractéristiques partielles calculées ou relevées.* Note de M. ANDRÉ BLONDEL.

1° *Inductance transversale.* — Quand l'inductance transversale n'est pas constante, on peut encore admettre avec une suffisante approximation qu'elle varie suivant une fonction du flux résultant et, par suite, suivant une fonction de la réluctance de l'induit seul.

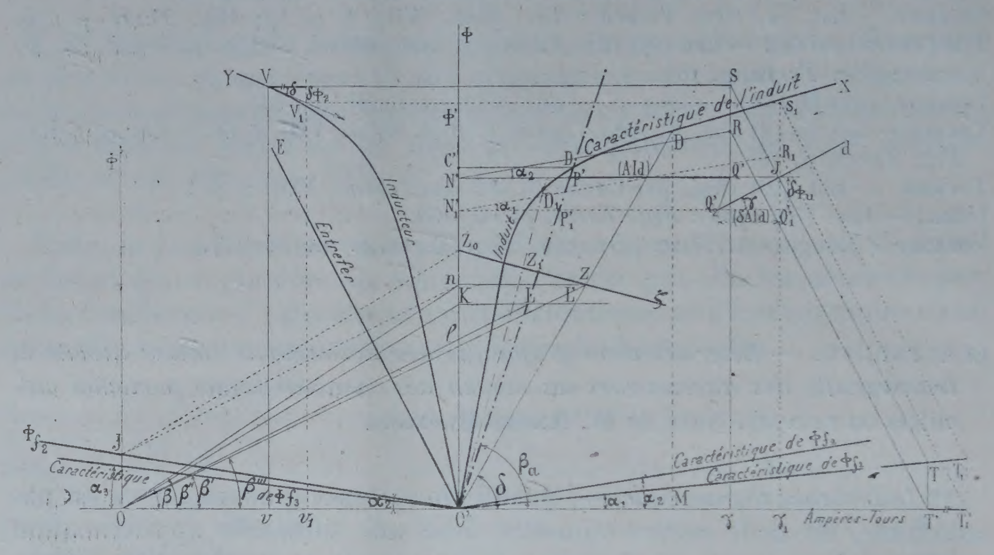
Soient encore O′X la caractéristique de l'induit seul, rapportée en coordonnées rectangulaires, les abscisses représentant les ampères-tours et les

---

[1] Vers 1760 J.-N. Delisle avait dressé (*Arch. Obs.*, A.7, 9), par provinces, la liste des villes et localités de France où il avait été fait des observations astronomiques. Cette liste renferme 90 noms, cités pour la plupart dans ce qui précède. Voici ceux des autres, en ne laissant de côté que les localités bien connues au point de vue où nous sommes placés :

Alais. — *Ambiez* (île d'), près Marseille. — *Auxerre.* — *Belle-Isle.* — *Clouhal*, en Bretagne. — *Étampes.* — *Gapeau*, près Marseille. — *Juliobona*, à l'embouchure de la Seine. — *Islot*, près Marseille. — *Libourne.* — *Lodève.* — *Lormont*, près Bordeaux. — *Louville*, pays chartrain. — *Mende.* — *Montauban.* — *Nagaye* (château de), près Marseille. — *Noirmoutier* (île de). — *Petit Cros* (île de), en Provence. — *Port-Louis.* — *Port-Vendres.* — *Ratonneau* (île). — Les *Sables-d'Olonne.* — *Saint-Gilles*, en Poitou. — *Saint-Mathieu* (abbaye), en Bretagne. — *Saint-Nazaire.* — *Saint-Paul*-Trois-Châteaux. — *Saint-Tropez.* — *Uzès.* — *Vannes.* — *Verdun.* — *Yeu* (île d').

ordonnées les flux utiles de l'induit (¹); O'J la caractéristique (tracée vers la gauche) des fuites entre les dents de l'induit; OΦ une droite parallèle à l'axe des ordonnées, menée à la distance arbitraire OO' de l'origine O'.



Abstraction faite des fuites f_3 de l'induit, définies antérieurement, et dont on a tenu compte par ailleurs dans la construction du diagramme des forces électromotrices, le flux de réaction transversale est formé d'un flux qui traverse l'induit et qui se ferme au dehors suivant deux chemins : l'un constitué par l'entrefer et les pièces polaires, l'autre par les fuites f_2.

La réluctance de l'entrefer peut être calculée avec précision par des formules déjà connues (²) qui donnent la valeur du flux transversal Φ quand on néglige les autres réluctances

$$\Phi_t = \frac{4\pi K_t N I \sqrt{2}.10^{-1}}{2pq} \frac{bl}{e}$$

en appelant N le nombre total des fils périphériques de l'induit pour un champ double, e l'épaisseur simple de l'entrefer, l la longueur développée

(¹) Cf. *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 570; et t. 165, 1917, p. 1093. Φ_t sera exprimé en maxwells ou en webers.

(²) Cf. F. Guilbert, *Revue technique*, 1903, p. 620, et A. Blondel, *International Congress of Saint-Louis*, 1904, t. 1, p. 651.

d'un flux inducteur le long de la circonférence de l'entrefer; a la longueur développée utile d'un pas de l'induit extérieurement aux dents; b la largeur des pièces polaires parallèlement à l'axe de la machine; I l'intensité efficace du courant dans une phase de l'alternateur, $2p$ le nombre de pôles, K_t le coefficient d'enroulement applicable aux ampères-tours transversaux (¹), q le nombre des phases.

On en déduit la valeur de la réluctance de l'entrefer seul

$$\mathcal{R}_0 = \frac{1}{K_t}\frac{e}{bl}.$$

Les réluctances sont exprimées dans ce qui suit en ampères-tours par maxwell (ou mieux par weber). Si l'on trace maintenant à partir du point O une ligne OK dont le coefficient angulaire représente la perméance du parcours du flux transversal dans l'air : $\tang\beta = \mathcal{R}_0$, cette ligne découpera sur l'axe des flux un tronçon $\overline{O'K}$ qui représentera, à l'échelle des flux, le flux Φ_0 calculé ci-dessus correspondant à des ampères-tours transversaux égaux à OO′. Supposons que l'état magnétique de l'induit soit représenté par la droite O′D dont le coefficient angulaire représente la perméance de l'induit, D étant le point correspondant de la caractéristique et DF le flux résultant dans l'induit.

De la connaissance de ce dernier on peut, si l'on néglige l'effet de la distorsion, en première approximation, déduire l'état magnétique des pièces polaires et, par conséquent, les ampères-tours nécessaires pour faire passer dans celles-ci le flux O′K; portons ces ampères-tours en KL et joignons OL; le coefficient angulaire β' de la droite OL représente la perméance du circuit formé de l'entrefer et des pièces polaires, et l'ordonnée $O'l$ interceptée sur l'axe des flux représente la valeur à laquelle se trouve réduit le flux O′K qui avait été calculé d'après la réluctance de l'entrefer seul. D'autre part, le segment vertical OJ intercepté par la caractéristique des fuites f_2 représente le flux des fuites que produisent entre les dents les mêmes ampères-tours OO′; en reportant cette ordonnée en $\overline{ln}$, on obtient le flux $\overline{O'n}$ que produisent les mêmes ampères-tours à l'extérieur de

(¹) Soit par exemple un alternateur triphasé à six encoches par champ :

Pour $\frac{l}{a} = 1$, $K_t = 0,42$ (valeur moyenne);

pour $\frac{l}{a} = \frac{2}{3}$, $K_t = 0,31$.

l'induit; mais pour que ce flux total traverse l'induit lui-même, il faut ajouter des ampères-tours égaux au tronçon horizontal nZ compris entre l'axe des ordonnées et la droite O′D caractéristique de la réluctance de l'induit. La réluctance globale offerte au parcours des flux transversaux est donc représentée par la droite résultante OZ, dont le coefficient β'' représente la perméance transversale. Celle-ci étant fonction de α, à chaque position de la droite O′D correspondra un point Z fixant la position de la droite OZ.

Le point Z_0 de la courbe, correspondant à la position de la droite caractéristique confondue avec l'axe des ordonnées, s'obtiendra en portant à partir de K un tronçon $KZ_0 = OJ$, représentant les fuites de denture. Dans le cas particulier où la saturation des pièces polaires suivrait sensiblement la même loi que celle de l'induit, le segment $\overline{KL}$ de la construction précédente pourrait se déduire du segment KL′ en multipliant celui-ci par un facteur constant a et la réluctance du circuit magnétique transversal serait de la forme

$$\mathfrak{R}_a + \frac{\mathfrak{R}_e + a\mathfrak{R}_a}{\dfrac{\mathfrak{R}_e}{\mathfrak{R}_{f_2}} + 1};$$

la courbe $Z_0 z$ est alors sensiblement une ligne droite, dont il suffira de connaître un point en outre du point Z_0. Dans le cas général on a

$$\mathfrak{R}_a + \frac{\mathfrak{R}_e + f(\mathfrak{R}_a)}{\dfrac{\mathfrak{R}_e}{\mathfrak{R}_{f_2}} + 1}$$

et le tracé de la courbe $Z_0 z$ exige la construction de trois ou quatre points. En fonctionnement à potentiel constant, on peut se contenter de donner à $\mathfrak{R}_f$ sa valeur moyenne et de le supposer constant.

Coefficient de self-induction directe. — En général, il n'y a pas, à proprement parler, de coefficient de self-induction directe, puisque la réaction d'induit se traduit par des contre-ampères-tours agissant sur un circuit complexe dont la saturation varie en fonction du flux magnétique qui le parcourt; mais si l'on considère le cas d'inducteurs saturés ou celui d'une faible variation du courant induit autour d'un régime donné, et si les ampères-tours d'excitation sont maintenus constants, on peut traiter la réluctance du fer des inducteurs comme une constante.

Prenons le cas où l'alternateur fonctionne sous un potentiel constant à ses bornes; si l'on néglige les petites variations de la force électromotrice induite produites par les termes $\overline{r'I} + \overline{\omega l_{f_3} I}$, on peut considérer comme sensiblement constante la réluctance du fer de l'induit. Dans ces hypothèses, il existe un coefficient de self-induction directe L_d, qui peut être calculé graphiquement sur le diagramme général ([1]), dans lequel O'C' est le flux résultant dans l'induit, O'N' le flux direct, P'Q' les contre-ampères-tours directs; $O'r$ les ampères-tours d'excitation qui les compensent et produisent le flux O'N'; rT' les ampères-tours pour l'entrefer; $O'v$ les ampères-tours pour l'inducteur; rR le flux dans l'entrefer, rS le flux dans les inducteurs.

Supposons que, tout en conservant le même flux total dans l'induit, et par conséquent la même droite de réluctance O'D, on modifie le décalage; il en résulte une variation $d\Phi_i$ du flux dans les inducteurs; si l'on trace à une distance égale à $d\Phi_i$ au-dessous de l'horizontale VS, une horizontale V_1S_1, V_1v_1 représente le nouveau flux inducteur; vv_1 la réduction de la chute de potentiel magnétique dans l'inducteur. Portons $T'T'_1 = vv_1$; le flux de fuite à la sortie des inducteurs deviendra $T_1T'_1$ au lieu de TT'; si donc on trace T_1S_1 parallèle comme ST à O'E, si l'on prend son intersection S_1 avec V_1S_1, puis si l'on fait $S_1R_1 = T_1T'_1$, R_1r_1 représentera le flux à la sortie des inducteurs; traçons R_1N_1 parallèle à la caractéristique des fuites f_2 jusqu'à l'axe verticale O'Φ'; $O'N'_1$ représentera le flux direct dans l'induit.

Par N'_1 menons l'horizontale $N'_1Q'_1$ jusqu'à sa rencontre avec la droite S_1r_1, et soit P'_1 le point de rencontre de cette horizontale avec O'D; $N'_1P'_1$ représente les ampères-tours nécessités par la réluctance de l'induit (denture comprise) et le tronçon $P'_1Q'_1$ représente les contre-ampères-tours directs de l'induit; si l'on trace par Q' la droite $Q'Q'_2$ parallèle à $P'P'_1$, le tronçon $Q'_2Q'_1$ représente l'augmentation des contre-ampères-tours directs, tandis que Q'_1J représente la variation du flux utile dans l'induit.

Le coefficient angulaire $\tang \gamma$ de la droite Q'_2J représente donc le rapport $\frac{d\Phi_u}{dAI_d}$ auquel est proportionnelle l'inductance directe de l'induit, abstraction faite des fuites f_3. En ajoutant à ce coefficient angulaire celui

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 253.

(très faible) de la caractéristique des fuites Φ_{f_3}, on a

$$\frac{\Delta\Phi_n}{\Delta A I_d} = \text{tang}\,\gamma + \text{tang}\,\alpha_3,$$

d'où le coefficient de self-induction directe

$$L_d = A(\text{tang}\,\gamma + \text{tang}\,\alpha_3).$$

tangγ ainsi obtenu correspond à l'expression algébrique donnée dans une de mes précédentes communications [1], car $\mathcal{R}_i$ est l'inverse du coefficient angulaire de la tangente en V à la caractéristique des inducteurs et $\mathcal{R}_a$ est l'inverse du coefficient angulaire de la droite O'D.

Quand l'inducteur est saturé au-dessus du coude, même à circuit ouvert, la valeur de L_d peut s'appliquer entre la charge nulle et la pleine charge.

On trouvera d'autres valeurs de L_d si l'induit travaille, non pas à potentiel constant, mais à réluctance constante, c'est-à-dire franchement au-dessus ou au-dessous du coude; il suffira pour les obtenir de tracer sur l'épure $Q'Q'_2$ parallèle, non pas à O'D, mais à la partie rectiligne de la caractéristique d'induit considérée (par exemple à DX si l'induit est saturé) et d'achever la construction comme sur l'épure.

Enfin, même quand l'induit ou l'inducteur travaille en dehors du coude de sa caractéristique propre, on peut, en traçant les tangentes auxdites caractéristiques au point de régime (comme on le voit par exemple en V), déterminer une valeur L_d applicable à des oscillations très faibles de charge ou de décalage autour de ce régime.

Remarques complémentaires. — Lorsque l'alternateur présente, par les motifs précédents, une inductance directe totale L_d sensiblement constante, celle-ci peut être mesurée expérimentalement en déterminant la chute de tension $\omega L_d I_d$ produite par le débit d'un courant purement déwatté I_d, et l'inductance transversale peut en être déduite par la méthode que j'ai exposée récemment (*Comptes rendus*, t. 166, p. 170). La formule que j'ai

---

(1) Voir le Tableau des *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1964, 3e colonne, 2e ligne :

$$\text{tang}\,\gamma = \frac{\Delta\varphi_a}{\Delta A I_d} = \frac{1}{\mathcal{R}_a + \mathcal{R}''} \qquad \text{avec} \qquad \frac{1}{\mathcal{R}''} = \frac{1}{\mathcal{R}_e + \frac{\mathcal{R}_i}{v_1}} + \frac{1}{\mathcal{R}_{f_3}}.$$

donnée autrefois [1]

$$E = \frac{(U\cos\varphi + r'I)^2 + (U\sin\varphi + \omega L_t I)(U\sin\varphi + \omega L_d I)}{\sqrt{(U\sin\varphi + \omega L_t I)^2 + (U\cos\varphi + r'I)^2}}$$

permet alors de calculer la force électromotrice E à circuit ouvert nécessaire pour maintenir la tension aux bornes égales à U, quand l'alternateur débite un courant I quelconque, sous un facteur de puissance égal à $\cos\varphi$, mesuré au wattmètre.

On pourrait inversement résoudre l'équation par rapport à L_t, en fonction de E, I, φ, I_d et r'; mais la formule obtenue est trop compliquée pour être recommandée.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Séparations nouvelles entre les cinq métaux du groupe soluble dans l'ammoniaque.* Note de M. **Adolphe Carnot.**

Dans une précédente Communication [2] j'ai exposé une méthode nouvelle de dosage applicable aux cinq métaux qui forment des sels doubles ammoniacaux non précipitables par l'ammoniaque : le cuivre, le zinc, le cadmium, le nickel et le cobalt. Une précipitation en deux temps, par le carbonate de sodium à froid, et ensuite par l'ammoniaque ou le carbonate d'ammonium à chaud, fournit des composés de natures diverses, mais tous oxydés : oxyde anhydre, hydrates, hydrocarbonates et carbonate neutre. Ces composés se prêtent à des procédés nouveaux de séparation, qui peuvent être utiles dans des circonstances données. Je me propose d'en donner ici quelques exemples, choisis de préférence parmi ceux qui intéressent l'industrie.

---

(1) Voir *L'Industrie électrique*, t. 8, 10 novembre 1899, p. 483. Cette équation se déduit, en éliminant χ, des trois relations

$$E = r'I\cos\chi + U\cos(\chi - \varphi) + \omega L_d I\sin\chi,$$
$$1 = r'I\sin\chi + U\sin(\chi - \varphi) - \omega L_t I\cos\chi,$$
$$\tan\chi = \frac{U\sin\varphi + \omega L_t I}{U\cos\varphi + r'I}.$$

(2) *Comptes rendus*, 1918, t. 166, p. 245.

1° *Séparation du cuivre et du zinc.* — Dans l'analyse des *laitons*, après dissolution de l'alliage et élimination, s'il y a lieu, d'impuretés telles que plomb, étain, fer et sels ammoniacaux, les deux éléments principaux, cuivre et zinc, sont, après la double précipitation à froid et à chaud, à l'état de mélange d'oxyde cuivrique noir et d'hydrate de zinc. La calcination les amène à l'état d'oxydes anhydres : $CuO + ZnO$. Soumis à un courant d'hydrogène assez rapide, au rouge vif, dans le fond d'un petit creuset de Rose, pendant une demi-heure à trois quarts d'heure, le mélange d'oxydes ne laisse qu'une poudre rouge de cuivre métallique. Le zinc réduit a été complètement entraîné par le courant gazeux. On pèse Cu; l'on calcule CuO et, par différence, on a ZnO, qui permet de calculer Zn.

2° *Cuivre, zinc et nickel.* — Divers alliages fort employés aujourd'hui sous les noms de *maillechort*, *argentan*, etc. contiennent à la fois les trois métaux en des proportions variées. Pour leur détermination, on peut opérer à peu près comme dans le premier exemple.

La solution sulfurique ou chlorhydrique étant préparée, modérément acide et convenablement étendue, on commence par éliminer le cuivre en versant peu à peu de l'hyposulfite de sodium dans la liqueur chauffée à l'ébullition, jusqu'à ce qu'il ne se fasse plus de précipité noir; on filtre, on calcine dans l'hydrogène et l'on pèse Cu^2S. La solution donne, par la double précipitation, un mélange d'hydrocarbonates de nickel et de zinc. Par calcination énergique à l'air on obtient $NiO + ZnO$. Après réduction dans le courant d'hydrogène au rouge vif, il ne reste à peser que le nickel métallique en poudre grise. Son poids sert à calculer NiO et, par différence, ZnO.

3° *Séparation du zinc et du cadmium.* — Il peut se présenter des cas où les deux métaux soient en proportions comparables. Mais, le plus souvent, l'un des deux est très prédominant et l'autre en quantité minime; c'est alors ce dernier qu'il importera de déterminer d'une manière exacte. Par exemple, dans un *minerai* ou dans un *lingot de zinc*, on pourra avoir à chercher quelques millièmes de cadmium; au contraire, dans des *bâtons de cadmium*, préparés pour le commerce à la suite d'un traitement spécial de minerais exceptionnellement cadmifères, on se proposera de savoir quelle est la proportion de zinc restée avec le métal dominant.

Dans le premier cas, on opérera sur $0^g,5$ au plus de matière; dans les

deux derniers cas, on sera souvent obligé de mettre en œuvre au moins 2^g de métal, ce qui a pour effet de rendre les lavages plus difficiles. Je ne m'arrêterai pas à ces détails, malgré leur importance pratique.

On dissout par de l'acide azotique la quantité de matière jugée utile pour l'analyse; on évapore presque à siccité et l'on reprend par de l'acide dilué, on étend de 150^{cm^3} à 200^{cm^3} d'eau et l'on neutralise par le carbonate de sodium, en s'assurant que la liqueur présente une réaction nettement alcaline. On reprend alors par du sesquicarbonate d'ammonium, qui suffit pour dissoudre l'hydrocarbonate de zinc, s'il est en grand excès sur le cadmium (ce que l'on sait d'avance d'après la nature de la matière à traiter). S'il y a, au contraire, grand excès de carbonate de cadmium, il peut être nécessaire d'ajouter un peu d'ammoniaque libre; mais alors on est obligé de chauffer, un peu au-dessous de 100°, mais pendant assez longtemps pour faire disparaître toute odeur d'ammoniaque.

On laisse déposer le carbonate de cadmium et, comme il peut retenir un peu d'hydrocarbonate de zinc en même temps que de la dissolution de zinc, on décante le liquide et l'on répète deux ou trois fois l'opération, en chauffant chaque fois doucement et agitant fréquemment. On fait passer les liquides de décantation sur un filtre et l'on s'assure, par quelques bulles d'hydrogène sulfuré dans quelques portions du liquide filtré, qu'elles ne contiennent pas de cadmium, mais uniquement du zinc, donnant un précipité bien blanc; on constate en outre que la proportion de zinc tend vers zéro.

En réunissant tous les liquides décantés et filtrés, on se trouve dans les conditions les plus favorables pour la précipitation du zinc en liqueur neutre, préconisée par J. Meunier [1], et l'on peut obtenir, par un courant lent de H^2S dans la liqueur chaude, une précipitation totale du zinc. Quant au cadmium, il suffit de retenir sur filtre taré le carbonate neutre, de le laver, sécher et peser. On a ainsi le poids de $CdCO^3$ ou, après calcination au rouge, celui de CdO.

Je dois rappeler que Hutchinson [2] a recommandé un procédé assez voisin de celui que je viens d'exposer, pour la séparation spéciale du cadmium et du zinc.

4° *Séparation du nickel et du cobalt.* — J'ai observé que la présence en

---

(1) *Comptes rendus*, 1897, t. 124, p. 1151.
(2) *Chemical News*, t. 41, p. 28, et *Bull. Soc. chim. Fr.*, 1881, t. 35, p. 647.

quantité suffisante d'un oxalate alcalin ou ammoniacal dans une dissolution neutre et étendue de *nickel* modifie très sensiblement l'action sur ce métal du sulfure d'ammonium ou des sulfures alcalins.

Au lieu de se diviser en une partie insoluble, formant un dépôt noir de sulfure de nickel, et une partie soluble, colorant la liqueur en noir ou en brun, on peut, par l'introduction d'oxalates en proportion suffisante, faire passer tout le nickel dans la solution brune de sulfosel.

Les mêmes réactifs ne m'ont paru exercer sur le *cobalt* aucune influence semblable. Ce métal est toujours entièrement précipité à l'état de sulfure noir par les réactifs sulfurants.

De là un moyen très simple pour obtenir la séparation effective des deux métaux, du moins lorsque le nickel est en assez faible quantité. Il importe, en effet, que le liquide sulfuré n'ait pas une coloration trop foncée et qu'il conserve une translucidité suffisante pour bien laisser voir le précipité noir de cobalt, et il convient, pour cela, que la proportion de nickel ne dépasse pas $0^{g},010$ dans un demi-litre de liqueur. On doit aussi s'attacher à éviter, autant que possible, la formation de la pellicule blanche, qui se produit presque toujours sur les solutions sulfurées de nickel au contact de l'air; on y réussit en chauffant le liquide et le versant dans une fiole qu'on achève de remplir d'eau jusqu'au col et qu'on ferme par un bouchon.

Le dosage du *cobalt* se fait ensuite en retenant sur un filtre le précipité noir de sulfure hydraté. Celui du *nickel*, en décomposant la liqueur sulfhydratée, chauffée à l'ébullition, par un excès d'acide acétique. Les deux sulfures anhydres CoS et NiS s'obtiennent par la calcination au rouge très vif avec un peu de soufre en poudre dans un double creuset.

5° *Séparation du nickel et du cuivre.* — On sait que le cuivre n'est pas précipité d'une façon bien complète par le sulfure d'ammonium plus ou moins chargé de soufre, mais qu'il est bien insoluble dans les sulfures alcalins.

Ces sulfures, qui ne sauraient être employés seuls pour séparer le cuivre du nickel, puisqu'ils précipitent partiellement ce dernier, peuvent, au contraire, servir à cette séparation, si l'on a soin d'ajouter à la dissolution des deux métaux une certaine quantité d'oxalate de potassium, qui réussit à maintenir tout le nickel en dissolution à l'état de sulfosel alcalin.

6° *Séparation du cuivre, du cadmium, du zinc, du cobalt et du nickel.* — Le nouveau mode de séparation, qui vient d'être indiqué entre le cobalt et le

nickel, fournit un complément utile à la méthode que j'ai depuis longtemps donnée pour faire la *précipitation successive de ces divers métaux à l'état de sulfures* (¹). Je crois devoir la rappeler ici en quelques lignes.

La solution sulfurique ou chlorhydrique sensiblement acide des métaux (Cu, Cd, Zn, Co, Ni) est portée à l'ébullition et additionnée par portions d'hyposulfite de sodium, selon les indications précises de Flajolot (²). Le *cuivre* seul est précipité et il l'est d'une façon complète à l'état de Cu^2S, mêlé de soufre.

Le précipité ayant été reçu sur filtre, la solution acide est neutralisée en majeure partie; puis on y ajoute un poids d'oxalate de potassium ou d'ammonium capable de former des sels doubles solubles avec tous les métaux restants, c'est-à-dire à peu près égal à 10 fois le poids de l'ensemble de ces métaux (¹). On fait alors passer un courant de gaz sulfhydrique dans la liqueur chaude et légèrement oxalique, mais presque neutre, où l'on voit bientôt se former un précipité blanc de sulfure de *zinc* hydraté.

Très rarement le précipité peut être coloré en jaune par du sulfure de *cadmium* : dans ce cas, on aurait à séparer les deux métaux, après transformation des sulfures en sulfates, par le procédé exposé ci-dessus (3°).

Le précipité blanc de sulfure de *zinc*, lorsqu'il a été produit dans la liqueur oxalique très faiblement acide et chaude, est grenu et dense, facile à recueillir et à filtrer, sans altération sensible à l'air grâce à la rapidité du lavage. Il se prête donc beaucoup mieux au dosage que celui qui a été produit en liqueur acétique.

La solution oxalique chargée d'hydrogène sulfuré contient la totalité du *cobalt* et du *nickel*. Ces deux métaux peuvent être aisément séparés l'un de l'autre par l'addition de sulfure d'ammonium ou de sodium, comme il a été dit plus haut (4°), puisqu'ils se trouvent précisément en présence d'oxalates alcalins en excès, qui permettent d'obtenir la précipitation totale du sulfure de cobalt seul et le maintien en dissolution de la totalité du nickel à l'état de sulfosel. La détermination particulière de chacun de ces métaux s'achèvera donc facilement de la manière indiquée.

(¹) *Comptes rendus*, 1886, t. **102**, p. 621 et 676.
(²) *Ann. de Phys. et de Chim.*, 1853, t. 3, p. 460, et *Ann. des Mines*, 1853, p. 641.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur les constantes critiques du mercure.* Note [1] de M. E. **Ariès**.

Le crypton, le xénon et l'argon ne sont pas les seuls corps monoatomiques dont la tension de vapeur ait été observée sur une assez longue étendue de l'échelle thermométrique. Pour le mercure, cette tension est connue jusqu'à 880° C., et atteindrait, à cette température 162^{atm}. Les tensions critiques de ce corps, qui nous sont encore inconnues, doivent donc être fort élevées et dépasser de beaucoup tous les chiffres obtenus dans les déterminations qui ont été faites jusqu'ici des constantes critiques : aussi leur recherche se présentait-elle comme un problème particulièrement intéressant, mais qui n'avait encore été l'objet d'aucune tentative, faute d'une méthode pour l'aborder.

Il semble, d'autre part, que notre ignorance sur ce point, et malgré les nombreuses données que nous possédons sur la tension de la vapeur saturée du mercure [2], soit un obstacle au contrôle, qu'il eût été si utile d'exercer sur ce corps, de la formule donnée dans notre dernière Communication [3] comme s'appliquant à tous les corps monoatomiques. Mais cette difficulté n'existe pas : cette formule peut tout à la fois supporter avec un certain succès le contrôle dont il s'agit et servir à trouver une valeur approchée des deux constantes critiques du mercure.

Elle est exprimée, comme nous l'avons montré, par le système des deux équations

$$(1) \qquad x = \frac{\gamma}{\gamma_c}\tau^{\frac{3}{2}} \quad \text{et} \quad \Pi = \tau^{\frac{5}{2}}\frac{Z}{x} \quad \text{ou} \quad \Pi = \frac{\gamma_c}{\gamma}\tau Z.$$

La fonction $\frac{\gamma}{\gamma_c}$ de la variable τ, que nous désignerons désormais par Γ pour simplifier les écritures, est donnée par la relation

$$(2) \qquad \Gamma = \frac{\gamma}{\gamma_c} = 1 + \frac{(1-\tau)(0,84-\tau)}{2\tau^2+1,20}.$$

La dernière équation (1), mise sous la forme équivalente

$$\frac{P}{T} = \frac{P_c}{T_c}\frac{Z}{\Gamma},$$

---

(1) Séance du 18 février 1918.

(2) *Recueil de Constantes physiques* de la Société française de Physique, 1913, p. 285.

(3) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 193.

donne, à deux températures distinctes spécifiées par les indices 1 et 2,

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_c}{T_c}\frac{Z_1}{\Gamma_1}, \qquad \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_c}{T_c}\frac{Z_2}{\Gamma_2},$$

d'où l'on tire par division

(3) $$\frac{P_2 T_1}{P_1 T_2} = \frac{Z_2 \Gamma_1}{Z_1 \Gamma_2}.$$

Appliquons cette dernière formule à la tension de la vapeur saturée du mercure qui est de 50^{atm} à 700° C. et de 162^{atm} à 880°, il vient

(4) $$\frac{Z_2 \Gamma_1}{Z_1 \Gamma_2} = \frac{162(273+700)}{50(273+880)} = 2,734.$$

Si T_c était connu, τ_1 et τ_2 le seraient aussi, et la valeur numérique du premier membre de cette dernière relation, qui n'est qu'une fonction des quantités τ_1 et τ_2, bien définie par les équations (1) et (2), pourrait être calculée : une vérification de notre formule consisterait précisément à trouver que la valeur ainsi calculée est sensiblement égale à 2,734. Mais si T_c est inconnu, comme c'est le cas, on peut, par un procédé d'approximations successives, chercher la valeur à lui attribuer pour que la relation précédente soit numériquement satisfaite. Trois essais nous ont suffi pour trouver cette valeur. En faisant successivement T_c égal à 1200, 1250 et 1350, on obtient respectivement 2,453, 2,534 et 2,722 comme valeurs du premier membre de la relation (4). Le dernier chiffre nous a paru assez proche de 2,734 pour nous permettre d'estimer, d'ailleurs *sous certaines réserves*, à 1350° absolus, soit à 1077° C., la température critique du mercure.

Nous disons : *sous certaines réserves*, car il importait de constater, comme première vérification de la validité de notre formule sur la tension de vapeur saturée des corps monoatomiques, qu'on arrive sensiblement à la même estimation de la température critique, en partant, pour son calcul, de données expérimentales autres que celles qui viennent de nous servir.

Appliquons donc la formule (3) aux températures centigrades de 650° ($T_1 = 923$) et de 800° ($T_2 = 1073$), qui donnent respectivement lieu aux tensions de vapeur $P_1 = 34^{\text{atm}}$ et $P_2 = 102^{\text{atm}}$. Il vient alors

$$\frac{Z_2 \Gamma_1}{Z_1 \Gamma_2} = \frac{102(273+650)}{34(273+800)} = 2,581.$$

La vérification à faire sera satisfaisante si, en posant $T_c = 1350$, le premier membre de cette formule, calculé à l'aide des équations (1) et (2), est sensiblement égal à 2,581. Or, il en est bien ainsi, car on trouve 2,576, ce qui vient à l'appui de l'hypothèse que la température critique du mercure peut être évaluée, sans erreur très sensible, à 1350° absolus.

Dans cette hypothèse, les équations (1) et (2) définissent la tension réduite Π à toute température. Le Tableau qui suit donne, pour quatorze températures d'expérimentation échelonnées de 260° à 880° C., la tension de vapeur observée P, exprimée en atmosphères, ainsi que la tension Π, c'est-à-dire $\frac{P}{P_c}$, ce qui permet de déduire de chacune des quatorze données de l'expérience une valeur de la pression critique $P_c = \frac{P}{\Pi}$. Ces valeurs qui, théoriquement, devraient être égales, sont, comme le montre le Tableau, comprises entre 414^{atm} et 469^{atm}. Dix d'entre elles sont comprises entre 414^{atm} et 437^{atm}. C'est déjà un résultat digne d'attention, et qui nous a conduit à fixer à 420^{atm} environ la pression critique du mercure.

Mercure

(Regnault, 1847; Ramsay et Young, 1886; Cailletet, Colardeau et Rivière, 1900).

T.	P. obs.	Π.	P_c.	P. calc.
533.....	0,129	0,0002748	469	0,115
573.....	0,326	0,0007143	457	0,300
613.....	0,721	0,001636	440	0,687
673.....	2,05	0,004770	430	2,00
723.....	4,20	0,009600	437	4,03
773.....	8,00	0,018117	442	7,61
823.....	13,80	0,03166	436	13,30
873.....	22,30	0,05092	434	21,40
923.....	34,00	0,08081	420	33,95
973.....	50,00	0,12075	414	50,75
1023.....	72,00	0,17360	421	72,91
1073.....	102,00	0,24204	421	101,68
1123.....	137,50	0,32757	420	137,58
1153.....	162,00	0,38950	416	163,60

Ces estimations des constantes critiques étant admises, notre formule sur la tension de la vapeur saturée des corps monoatomiques devient entièrement applicable au mercure et détermine, à chaque température, la tension de sa vapeur saturée, exprimée en atmosphères. Les valeurs ainsi calculées

forment la dernière colonne du Tableau; elles s'approchent autant qu'on pouvait l'espérer des valeurs observées qui forment la deuxième colonne, si l'on tient compte des incertitudes qui planent encore sur les données de l'expérience, concernant aussi bien le mercure que le crypton, le xénon et l'argon. Mais la conclusion la plus intéressante à tirer de cette étude, c'est qu'on peut vraisemblablement, et avec une approximation très appréciable, fixer les constantes critiques du mercure à 1077° C. environ pour la température et à 420^{atm} environ pour la pression.

GÉOLOGIE. — *Contributions à la connaissance du Crétacé inférieur delphino-provençal et rhodanien* (étages valanginien et hauterivien). Note (¹) de M. W. **Kilian**.

La revision (²) de nombreux matériaux paléontologiques, dont les uns m'ont été communiqués par M. de Brun à Saint-Rémy (Bouches-du-Rhône) et dont les autres ont été réunis par moi-même ou recueillis avec une grande précision et donnés à la Faculté des Sciences de Grenoble par le Dr A. Guébhard, m'a permis de reconnaître un certain nombre de faits nouveaux relatifs aux faunes paléocrétacées du sud-est de la France. Ces observations

---

(¹) Séance du 4 février 1918.

(²) Les déterminations paléontologiques ont été faites par moi, avec le concours de M. Tomitch, au Laboratoire de Géologie de la Faculté des Sciences de Grenoble.

Les échantillons dont la citation est accompagnée d'un (B) appartiennent à la collection de Brun; la mention (G) indique les espèces réunies par le Dr Guébhard et conservées à la Faculté des Sciences de Grenoble, et la mention (K) ceux que j'ai recueillis moi-même ou avec l'aide de M. Paul Reboul.

En ce qui concerne la synonymie des espèces citées dans cette Note, on consultera les nombreuses remarques que j'ai publiées avant 1914 dans *Lethæa geognostica*, II, 3. Band (Kreide), 1ste Liefer. (*Palaeocretacicum*) 1910-1911 (3 fascicules), ainsi que le Mémoire de W. Kilian et P. Reboul, *Contributions à l'étude des Faunes paléocrétacées du sud-est de la France* (in *Mémoires pour servir à l'Explication de la Carte géologique de la France*, 1915).

J'ai pu réunir les données et documents nécessaires à l'établissement d'un *Répertoire* complet et raisonné des Céphalopodes du Crétacé inférieur. Ce travail est actuellement très avancé; je me vois obligé, par suite du manque de collaborateurs, d'en ajourner la publication à une époque plus propice que j'espère prochaine.

Ces diverses recherches ont été d'ailleurs grandement facilitées par une *subvention accordée par l'Académie sur la Fondation Bonaparte.*

portent soit sur la répartition des Ammonitidés dans les divers horizons stratigraphiques, soit sur la présence d'espèces rares ou non encore signalées dans cette région ou même en France; elles peuvent se résumer comme suit :

Étage valanginien (¹). — Le Valanginien inférieur (Berriasien S. Str.), dont la faune très riche a été analysée par moi dans les régions subalpines (²) et qui correspond à la zone à *Hoplites* (*Berriasella*) *Boissieri* Pict. sp., contient les mêmes faunes d'Ammonites à l'ouest du Rhône, dans le Gard et dans l'Ardèche d'où j'ai eu l'occasion de déterminer les formes suivantes :

Bochianites neocomiensis d'Orb. sp. (rare) de Vogüé (K); *Lytoceras quadrisulcatum* d'Orb. sp., de Bournet (B); *Lissoceras Grasianum* d'Orb. sp., de Bournet (B), de La Cadière (B), de Chandolas (B); *Phylloceras semisulcatum* d'Orb. sp., de Bournet (B), de Berrias (B), de Chandolas (B); *Himalayites Reineckiæformis* Sayn [*athleta* Zitt. (non d'Orb.)], de Bournet (B); *Spiticeras Groteanum* Opp. sp., de Bournet (B); *Spit. Negreli* Math. sp., de la Cisterne (B); *Holcostephanus* (*Spiticeras?*) cf. *Nieri* Pict. sp., de la Cadière (B); *Acanthodiscus* (n. sp.) du groupe d'*Acanth. Euthymi* Pict. sp., de la Cadière (B); *Berriasella Callisto* d'Orb. sp., de Bournet (B); *Berr.* cf. *Privasensis* Pict. sp., de Chandolas (B); *Neocomites occitanicus* Pict. sp., de Bournet (B); *Leopoldia Dalmasi* Pict. sp., de la Cadière (B); *Thurmannites Boissieri* Pict. sp., de la Cadière (B); *Thurm.* aff. *pertransiens* Sayn, de la Cadière (B).

Du Valanginien moyen (niveaux à Ammonites pyriteuses), il y a lieu de citer, outre les espèces signalées par M. G. Sayn et en partie décrites par cet auteur, et qui se montrent pour la plupart abondantes, non seulement dans l'Isère méridionale, la Drôme et les Basses-Alpes, mais aussi près de

---

(¹) Plusieurs formes valanginiennes importantes débutent dans le Tithonique (Portlandien). C'est ainsi que j'ai constaté la présence de *Bochianites neocomiensis* d'Orb. sp. dans le Tithonique à faune de Stramberg de Saint-Concors (Savoie) (K) où il est accompagné de *Leptoceras* sp.; *Leptoceras gracile* Opp. existe dans le Tithonique inférieur du Pouzin (Ardèche); *Thurmannites* (*Kilianella*) *Lucensis* Sayn se montre déjà en exemplaires typiques dans le Tithonique de Cabra (Andalousie) (K); *Spiticeras Groteanum* Opp. sp. va du Tithonique supérieur au Valanginien moyen. Des *Simbirskites* isolés existent dans le Berriasien à Sebi près Kufstein (Tyrol) où j'en ai recueilli un échantillon (K). Enfin *Himalayites Reineckiæformis* Sayn [*Am. athleta* Zitt. (non d'Orb.)] apparaît dans le Tithonique supérieur de Grospierre (Ardèche) (B).

(²) *Lethæa geognostica*, II, 3. Liefgr., et *C. R. Ass. franç. Avanc. Sc. : Congrès de Lille*, 1909.

Gigondas (Vaucluse), entre Saint-Just et Mons, à Cazal-Rousty (Gard) (B), aux Beaucels (Hérault) (B), les formes suivantes plus remarquables et moins répandues :

Lissoceras carachteis Zeuschn sp., des Beaucels (B), *Lissoceras subtithonium* Sayn (*in. litt.*) (forme carénée) de Gigondas, Sisteron, Cazal-Rousty (B); *Lissoceras tithonium* Opp. sp., de Gigondas (B); *L. leiosoma* Opp. sp., de Sisteron (B); *L. elimatum* Opp. sp., de Gigondas (B); *Lissoceras* nov. sp., des Beaucels (B); *Thurmannites* (*Kilianella*) *Roubaudianus* d'Orb. sp. var. *spinosa* Kil. (= *Kilianella Paquieri* Simionescu), de Queyron, près Gigondas (B); *Th.* cf. *Lucensis* Sayn, de Cazal-Rousty (B); *Saynoceras hirsutum* Sayn (*in. litt.*); *Acanthodiscus Euthymi* Pict. sp. (typique), de Queyron, près Gigondas (B); *Holc.* (*Astieria*) *Atherstoni* Sharpe sp., de Cazal-Rousty (B); *Holc.* (*Astieria*) cf. *Atherstoni* Sharpe sp., de Gigondas (B); *Holc. stephanophorus* Math. sp., de Gigondas et Sainte-Croix (B); *Holc. Sayni* Kil. sp., *Holc.* (*Astieria*) *Drumensis* (Sayn) Kil. de Pontaix-Sainte-Croix (B); *Himalayites Reineckiæformis* Sayn sp. [*Am. Athleta* Zittel (non d'Orb.)], de Pontaix-Sainte-Croix et de Bournet (B); *Himalayites* nov. sp.; *Valanginites simplus* d'Orb. sp., de Gigondas (B); *Val. Bachelardi* Sayn sp., de Gigondas (B); *Valanginites Wilfridi* Kar. sp., de Cazal-Rousty (B); *Craspedites* sp., *Spiticeras* nov. sp.; *Spiticeras Groteanum* Opp. sp., de Cazal-Rousty (B); *Simbirskites Phillipsi* Roem. sp., de Gigondas (B).

Enfin, il est intéressant de noter la présence de *Platylenticeras* (*Garnieria*) *Gevrilianum* d'Orb. sp. dans le Valanginien de la Haute-Savoie, à Évaux (Musée d'Annecy).

Étage hauterivien. — A la base de l'Hauterivien, on observe, dans les « Préalpes maritimes », une assise fossilifère sur laquelle j'ai déjà attiré l'attention et dont j'ai pu, grâce aux patientes récoltes du Dr A. Guébhard, étudier assez complètement la faune; cet intéressant *horizon, non encore signalé avant mes recherches*, offre tantôt, comme à la Bégude, près la Palud-de-Moustiers (Basses-Alpes), un banc à Brachiopodes *Magellania* (*Aulacothyris*) *hippopoides* Pict. sp. (K) qui se retrouve à Saint-Vallier, à Comps (Var) (nord de Touron et le long du canal de la Fontaine), au Bourguet et à Bargème (Var); tantôt, comme dans la région d'Escragnolles, la Croux, au Mousteiret, à Eoulx, à Mons (Var), et de la Roque-Esclapon (Var) à Peyroules (G), Châteauvieux (G), une assise jaunâtre (couches a Exogyres) dans laquelle abondent, avec *Leopoldia Inostranzewi* Kar. sp. :

Hopl. (*Neocomites*) *Teschenensis* Uhl. sp., *Thurmannites* (*Kilianella*) *campylotoxus* Uhl. sp., *Holcost.* (*Astieria*) cf. *singularis* Baumb., *Holc.* (*Astieria*) *Guebhardi* Kil., *Holc.* (*Ast.*) *Pelegrinensis* Sayn *Holc.* (*Astieria*) *Atherstoni* Sharpe sp. et *Holc.* (*Astieria*) *psilostomus* N. et Uhl. (avec péristome) à la Roque-Esclapon (G), *Holc.* (*Valanginites*) *Wilfridi*, Karak; *Pecten* (*Neithea*) *Valanginiensis* Pict. et C., *Pecten* (*Chlamys*) *Robinaldinus* d'Orb., *Pecten* (*Camptonectes*) *Cottaldinus* d'Orb., *Trigonia*

caudata Ag., *Panopea neocomiensis* d'Orb., *Plicatula* sp., *Exogyra Tombeckiana* d'Orb., *Exog. Etalloni* Pict. et C., *Ostrea* cf. *Germaini* Pict., *Exog. Couloni* Defr., *Terebratula Valdensis* de Lor., *Ter. prælonga* d'Orb., *Toxaster granosus* Des. Il conviendra peut-être de rattacher ces assises au VALANGINIEN SUPÉRIEUR; en tous cas, elles contiennent encore quelques Céphalopodes de cet étage.

Les détails que je viens d'exposer apportent une notable contribution à la connaissance des faunes paléocrétacées de la région rhodano-provençale et permettent de suivre plus exactement le développement et la filiation des divers groupes d'Ammonitidés pendant la période qui sépare la fin des temps jurassiques (Tithonique) de l'époque hauterivienne (Néocomien moyen).

M. A. LACROIX s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur d'offrir à l'Académie un travail sur *les gisements de l'or dans les colonies françaises* (¹) qui doit paraître dans un recueil de conférences faites en 1917, au Muséum national d'Histoire naturelle, sur nos *richesses coloniales*.

Je me suis attaché à mettre en lumière les conditions géologiques et minéralogiques dans lesquelles se trouve le métal précieux, non seulement dans les gisements alluvionnaires et éluvionnaires, mais encore dans des gisements en place dont certains présentent des particularités fort intéressantes. Des statistiques de la production coloniale française ont été réunies pour un grand nombre d'années.

Les observations que j'ai faites personnellement sur place à Madagascar et dans l'Afrique occidentale servent de base à cet exposé.

M. ANDRÉ BLONDEL fait hommage à l'Académie d'une note imprimée intitulée : *Sur un moyen efficace d'établir la liaison entre la science et l'industrie*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre non résidant en remplacement de M. *Gosselet*, décédé.

(¹) Une brochure de 60 pages, in-8°, in *Nos richesses coloniales*. Paris, Challamel, éditeur, 1918.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 48,

M. Flahault	obtient	. . . .	35 suffrages
M. de Sparre	»	. . . .	8 »
M. Cosserat	»	. . . .	2 »
M. W. Kilian	»	. . . .	2 »
M. de Forcrand	»	. . . .	1 suffrage

M. **Flahault**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. L.-E. **Bertin** dépose un Mémoire manuscrit intitulé : *Remarques sur la résistance à la marche de navires semblables*, par M. Ch. Doyère.

CORRESPONDANCE.

M. A. **Vayssière**, élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la correspondance :

1° Le premier fascicule du *Boletin de la Universidad de* Mexico.

2° *Panama. La création, la destruction, la résurrection*, par Philippe Bunau-Varilla. (Présenté par M. P. Termier.)

3° *L'organisation de l'agriculture coloniale en Indo-Chine et dans la métropole*, par M. Aug. Chevalier. (Présenté par M. L. Guignard.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Généralisation d'un théorème de Cauchy relatif aux développements en séries.* Note de M. **B. Jekhowsky**, présentée par M. Appell.

Considérons la fonction S de v, finie et bien déterminée, ayant pour période 2π. Soit x une nouvelle variable reliée avec v par la relation

$$(1) \qquad x = v - \sum_{n=1}^{n=n} \varepsilon_n \sin nv,$$

de sorte que S est aussi fonction périodique de x, admettant la même période 2π que v.

Dans ce cas a lieu le développement convergent suivant

$$(2) \qquad S = \frac{1}{2}A_0 + \sum_{k=1}^{k=+\infty} A_k \cos kx + \sum_{k=1}^{k=+\infty} B_k \sin kx,$$

où les coefficients A_k et B_k sont exprimés à l'aide des fonctions de Bessel à plusieurs variables.

En posant dans cette expression $e^{xi} = z$, e étant la base des logarithmes népériens et $i = \sqrt{-1}$, on trouve

$$(3) \qquad S = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} P_k z^k$$

avec

$$(4) \qquad P_{\mp k} = \frac{1}{2}\left(A_k \pm \frac{B_k}{i}\right),$$

relations qui déterminent les coefficients A_k et B_k lorsque l'on connaît les coefficients de la série (3).

En multipliant les deux membres de (3) par $z^{-p}\,dx$, puis, intégrant entre les limites 0 et 2π, on remarque que, pour toutes les valeurs de $p \neq k$, ces intégrales s'annulent et il vient

$$(5) \qquad \int_0^{2\pi} S z^{-k}\,dx = 2\pi P_k.$$

Introduisant une nouvelle variable s, définie par la relation $s = e^{iv}$, on trouve facilement que, entre s et l'ancienne variable z, il existe la relation

$$(6) \qquad z = s\, e^{\sum_{n=1}^{n=n} \frac{\varepsilon_n}{2}\left(s^n - \frac{1}{s^n}\right)}.$$

Avec cette valeur de z, et celle de dx qu'on tire de (1), la formule (5) devient

$$2\pi P_k = \int_0^{2\pi} S s^{-k} e^{\frac{k}{2}\sum^{n=n} \varepsilon_n\left(s^n - \frac{1}{s^n}\right)} \left[1 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{n=n} n\varepsilon_n\left(s^n + \frac{1}{s^n}\right)\right] dv$$

ou bien

$$(7) \qquad 2\pi P_k = \int_0^{2\pi} U_n s^{-k}\, dv,$$

avec la fonction U_n qui est le produit des trois facteurs dont deux sont développables en séries convergentes de s.

Par conséquent, on peut écrire

$$(8) \qquad U_n = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} P'_k s^k,$$

et en comparant (8) avec (3) on a

$$P'_k = P_k,$$

c'est-à-dire que le coefficient de z^k dans le développement (3) est égal au coefficient de s^k dans le développement (8).

En suivant la voie indiquée par Tisserand [1] on trouve, en partant de (5),

$$(9) \qquad 2\pi P_k = \frac{1}{k}\int_0^{2\pi} s^{-(k-1)} \frac{dS}{ds} e^{\frac{k}{2}\sum_{n=1}^{n=n} \varepsilon_n\left(s^n - \frac{1}{s^n}\right)} dv$$

ou bien

$$(9') \qquad 2\pi P_k = \frac{1}{k}\int_0^{2\pi} V_n s^{-(k-1)}\, dv.$$

Supposant la fonction V_n développable suivant les puissances positives et

---

(1) TISSERAND, *Mécanique céleste*, t. 1, n° 88, p. 332.

négatives de s, de manière à avoir

(10) $$V_n = \sum_{k-1=-\infty}^{k-1=+\infty} Q_{k-1} s^{k-1},$$

puis multipliant par $s^{-(k-1)}\, ds$ et intégrant de o à 2π, on a

(11) $$2\pi Q_{k-1} = \int_0^{2\pi} V_n s^{-(k-1)}\, ds,$$

d'où, en comparant avec (9′), il vient

$$P_k = Q_{k-1}.$$

Nous pouvons donc énoncer le théorème suivant :

Dans le développement

$$S = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} P_k s^k$$

de la fonction S *finie et bien déterminée admettant la période de* 2π, *le coefficient* P_k *est égal au coefficient de* s^k *dans le développement de la fonction*

$$U_n = S e^{\frac{k}{2}\sum_{n=1}^{n=n} \varepsilon_n \left(s^n - \frac{1}{s^n}\right)} \left[1 - \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{n=n} n\,\varepsilon_n \left(s^n + \frac{1}{s^n}\right)\right]$$

et au coefficient de s^{k-1} *dans le développement de la fonction*

$$V_n = \frac{1}{k}\frac{dS}{ds} e^{\frac{k}{2}\sum_{n=1}^{n=n} \varepsilon_n \left(s^n - \frac{1}{s^n}\right)}.$$

Pour $n = 1$, on a le théorème [1] connu de Cauchy, relatif aux développements en séries.

---

[1] *Loc. cit.*, p. 233.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Sur les quartiques gauches de première espèce.* Note de M. R. DE MONTESSUS DE BALLORE, présentée par M. Appell.

Les formules qui donnent la représentation paramétrique des quartiques gauches de première espèce dépourvues de points singuliers, et que j'ai indiquées précédemment [1], supposent que trois au moins des cônes du faisceau de quadriques correspondant aient leurs sommets à distance finie : les sommets du tétraèdre de référence sont en effet intimement liés aux sommets de ces cônes.

Je vais indiquer la représentation paramétrique des quartiques de première espèce de genre 1, par lesquelles passent trois cylindres du second ordre ; *les formules que j'obtiens*, essentiellement différentes de celles obtenues dans le cas où il existe trois cônes au moins dans le faisceau ponctuel de quadriques correspondant à la courbe [1], *montrent que les quartiques définies par trois cylindres du second ordre constituent un sous-groupe à part.*

Les équations des trois cylindres peuvent être mises sous la forme suivante, en prenant l'origine des coordonnées, cartésiennes, sur la courbe et en prenant Ox, Oy, Oz respectivement parallèles aux génératrices des cylindres :

$$(1)\quad \begin{cases} (C_1) & cy^2 - \gamma z^2 + 2ey - 2\varepsilon z = 0, \\ (C_2) & ax^2 + \gamma z^2 + 2dx + 2\varepsilon z = 0, \\ (C_3) & ax^2 + cy^2 + 2dx + 2ey = 0 \\ & (a, c, \gamma \neq 0). \end{cases}$$

On peut, sans restreindre la généralité du problème, supposer $a\gamma < 0$. Si l'on pose $y = \lambda x$, on trouve sans peine

$$(2)\quad \gamma z + \varepsilon = \frac{1}{a + c\lambda^2}\sqrt{\varepsilon^2(a + c\lambda^2)^2 - 4d\gamma(d + e\lambda)(a + c\lambda^2) - 4a\gamma(d - e\lambda)^2},$$

ce qui conduit à des expressions de x, y, $\gamma z + \varepsilon$ de la forme

$$(3)\quad \begin{cases} x = \dfrac{\pi_1 \operatorname{sn}^4 u + \pi_2 \operatorname{sn}^2 u + \pi_3}{\omega_1 \operatorname{sn}^4 u + \omega_2 \operatorname{sn}^2 u + \omega_3}, \qquad y = \dfrac{\chi_1 \operatorname{sn}^4 u + \chi_2 \operatorname{sn}^2 u + \chi_3}{\omega_1 \operatorname{sn}^4 u + \omega_2 \operatorname{sn}^2 u + \omega_3}, \\ \gamma z + \varepsilon = \dfrac{\tau \operatorname{sn} u \operatorname{cn} u \operatorname{dn} u}{\omega_1 \operatorname{sn}^4 u + \omega_2 \operatorname{sn}^2 u + \omega_3}. \end{cases}$$

La discussion des valeurs (3) de x, y, $\gamma z + \varepsilon$ n'offre pas de difficultés de principe, mais est assez délicate. On la fait en portant ces valeurs de x, y,

---

[1] *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 212.

$\gamma z + \varepsilon$ dans les équations $(1^1, 1^2)$ et en écrivant que les équations en sn$u$ obtenues se réduisent à des identités. On trouve ainsi un système S de dix équations, dont plusieurs sont du second degré, pour les inconnues

$$(4) \qquad \frac{\pi_1}{\omega_1}, \quad \frac{\pi_2}{\omega_2}, \quad \frac{\pi_3}{\omega_3}; \qquad \frac{\chi_1}{\omega_1}, \quad \frac{\chi_2}{\omega_2}, \quad \frac{\chi_3}{\omega_3}; \qquad \frac{\omega_1}{\omega_2}, \quad \frac{\omega_3}{\omega_2}, \quad \frac{\tau}{\omega_2} \qquad (\text{mod}\, k^2).$$

Le système S, qui se trouve être résoluble, admet plusieurs systèmes de solutions. Notamment, $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ étant les discriminants des coniques (1), $\frac{\omega_1}{\omega_2}$, $\frac{\omega_3}{\omega_2}$ ont les valeurs :

$$\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)' = -\frac{1}{2}, \qquad \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)'' = \frac{\gamma}{2a}\frac{\Delta_3}{\Delta_1}, \qquad \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)''' = -\frac{1}{2}, \qquad \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^{\text{IV}} = -\frac{1}{2}\frac{\gamma}{c}\frac{\Delta_3}{\Delta_2},$$

$$\left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right)' = \frac{\gamma}{2a}\frac{\Delta_3}{\Delta_1}, \qquad \left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right)'' = -\frac{1}{2}, \qquad \left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right)''' = -\frac{1}{2}\frac{\gamma}{c}\frac{\Delta_3}{\Delta_2}, \qquad \left(\frac{\omega_3}{\omega_2}\right)^{\text{IV}} = -\frac{1}{2};$$

mais, toutes réductions faites, *il n'en résulte que deux représentations paramétriques, distinctes l'une de l'autre, ayant la forme* (3).

Tous éléments (4) *de ces deux représentations sont réels, et s'expriment simplement en fonction de* a, c, d, e, γ, ε (1); *il en est de même pour* k^2, *qui, de plus, est compris entre* 0 *et* 1.

Ce qu'on vient de dire suppose que les inégalités

$$-\gamma\Delta_2 > 0, \qquad \gamma\Delta_1 > 0$$

soient vérifiées.

On peut s'arranger de manière qu'il en soit ainsi, en permutant au besoin les quantités x, y, z les unes avec les autres.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le quatrième trimestre de* 1917. Note de **M. J. Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

L'observation du Soleil n'a été possible, dans ce trimestre, à cause de l'état défavorable du ciel, que dans 57 jours, et les principaux faits qui en résultent se résument ainsi :

Taches. — La production des taches est restée grande, malgré l'absence de formations aussi importantes que dans le trimestre précédent [1], et le disque solaire était remarquable par le nombre de groupes, les 1er, 15 et 27 décembre, quoique la

[1] Voir *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 160.

surface tachée fût inférieure à celle des 23 septembre, 12 février et 10 août principalement, de la même année.

Au total, on a enregistré 106 groupes avec une aire de 11069 millionièmes, au lieu de 121 groupes et 13898 millionièmes.

De part et d'autre de l'équateur, dans leur répartition, on a noté un groupe en plus au Sud (56 au lieu de 55), et seize en moins au Nord (50 au lieu de 66).

La comparaison des latitudes moyennes accuse une diminution un peu moins forte au Sud qu'au Nord : — 15°,3 au lieu de — 16°,1, + 11°,9 au lieu de + 13°,0.

Régions d'activité. — Les groupes de facules ont diminué, tant en nombre qu'en étendue : on a noté, effectivement, 155 groupes et 224,7 millièmes, au lieu de 181 groupes et 311,5 millièmes.

Dans leur répartition entre chaque hémisphère, on a huit groupes en moins au Sud (78 au lieu de 86), et dix-huit groupes, en moins également, au Nord (77 au lieu de 95).

TABLEAU I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.	Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.
		Octobre. — 0,00.						Novembre. — 0,00.			
25- 7	13	1,1	—18		305	29-30	2	2,4	—18		15
30- 6	7	2,2	—17		57	30- 4	3	4,0		+24	16
29- 2	4	2,7		+14	4	4	1	5,2		+23	7
2	1	2,8	—23		2	7-11	5	5,7		+ 7	255
29-30	2	2,8	— 5		5	7-12	6	6,8		+ 9	84
29- 1	2	3,3	—15		8	4-12	7	7,1	—11		107
5- 6	2	6,1	—18		5	4-12	7	7,7	—15		178
2- 7	6	7,5	—24		73	7-12	6	12,7		+14	99
5-11	4	7,5		+20	75	14-17	4	14,3		+ 8	89
7	1	8,6		+ 7	2	10-17	7	14,4	—19		49
11	1	9,1	—19		13	9-17	8	15,2	— 9		115
11	1	9,6		+16	3	10-17	7	15,9		+13	212
14	1	10,1		+ 8	15	14	1	17,6	—13		9
7	1	11,6		+ 3	18	14-22	5	18,1		+14	111
16-19	3	14,0	—10		74	22	1	20,7	—30		28
19	1	15,7		+18	5	15-25	5	21,8		+ 8	82
11-17	5	16,9		+12	32	22-26	3	23,3	—12		33
11-15	2	17,3	—19		44	22-25	2	23,5		+17	18
14-24	10	19,0	—13		298	22-25	2	23,9	—14		16
14-26	12	20,1		+12	394	22	1	24,4	— 7		21
21-25	5	20,7		+18	18	26	1	24,8		+ 4	14
16-26	10	21,3		+18	44	25-26	2	25,2	— 8		128
16-26	10	22,3		+ 9	86	22	1	26,2	—21		11
19-26	8	23,3		+ 8	85	1- 2	2	26,5		+23	76
21-30	8	25,1	—21		196	3	1	27,5	—14		320
22-26	5	27,2		+22	21	1- 3	3	28,0	— 8		384
29-31	3	27,9	— 9		89	22- 1	4	28,0	—12		74
22- 4	9	28,8	—19		289	25	1	28,8		+ 8	34
30-31	2	28,9		+ 6	91	25- 5	7	29,0	—16		666
31	1	29,9	—20		30	26- 4	5	29,9	—19		57
25-26	2	30,4	—16		67	1	1	30,5	—18		17
	23 j.		—16°,6	+12°,7			14 j.		—14°,1	+13°,2	

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	N.	Surfaces moyennes réduites.
		Décembre. — 0,00.			
1- 2	2	1,2		+ 6	18
26- 6	6	2,1		+ 6	52
1- 6	6	2,9		+22	57
1- 7	7	3,3	—20		47
1- 4	4	3,3	— 5		19
1- 9	9	3,8		+ 7	137
4- 9	5	4,2	—15		38
1- 7	7	4,4	— 7		44
3	1	4,6		+11	7
1-4	4	5,1		+ 8	21
4	1	5,5	—14		4
5	1	6,5		+ 3	4
8-13	5	10,7		+13	46
13-14	2	10,9	—16		23
5-16	11	11,1		+ 7	308
12-16	5	12,1		+ 7	751
7-16	9	13,2		+ 9	64
11-16	6	14,7		+ 6	155
15	1	14,9		+14	7
11-16	6	16,6	—12		301
13-15	3	17,4	—18		11
12-16	5	18,4		+ 8	327
15	1	18,7		+ 2	11
		Décembre (suite).			
13-16	4	19,7	—20		20
15-16	2	20,7		—21	77
26	1	22,2	—32		7
26	1	22,3		+23	48
26-27	2	22,4	—18		34
26-29	4	23,9	—23		54
26-29	4	24,4	—18		30
26-28	3	24,6	—24		58
26-29	4	24,6	— 7		172
26-31	5	25,0		—17	828
26-27	2	25,2	—29		7
26-31	5	25,6	—12		253
26-31	5	26,9	—16		31
27-31	4	27,2		—11	71
26-31	5	27,4		— 3	409
26-31	5	27,4	10		75
26-31	5	28,2		—22	36
31	1	29,2	— 5		5
26- 5	8	30,2	— 7		367
26- 5	8	30,5		— 8	152
26- 3	6	31,0	— 8		110
	20 j.		—15°,3	+10°,6	

Tableau II. — *Distribution des taches en latitude.*

1917.	Sud. 90°-40°.	40°-30°.	30°-20°.	20°-10°.	10°-0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°-10°.	10°-20°.	20°-30°.	30°-40°.	40°-90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Octobre.....	»	»	3	10	3	16	15	6	8	1	»	»	31	2448
Novembre...	»	»	2	11	5	18	13	6	4	3	»	»	31	3325
Décembre...	»	1	3	11	7	22	22	13	5	4	»	»	44	5296
Totaux....	»	1	8	32	15	56	50	25	17	8	»	»	106	11069

Tableau III. — *Distribution des facules en latitude.*

1917.	Sud. 90°-40°.	40°-30°.	30°-20°.	20°-10°.	10°-0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°-10°.	10°-20°.	20°-30°.	30°-40°.	40°-90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Octobre.....	»	2	9	17	3	31	28	7	11	7	3	»	59	89,3
Novembre...	»	»	6	13	4	23	24	9	6	6	3	»	47	66,4
Décembre...	»	2	2	12	8	24	25	10	8	6	1	»	49	69,0
Totaux....	»	4	17	42	15	78	77	26	25	19	7	»	155	224,7

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la propagation par ondes et sur la théorie de la relativité générale.* Note de M. E. **Vessiot**, présentée par M. Appell.

Les recherches sur la propagation par ondes que j'ai publiées il y a quelques années [1] trouvent une application importante dans la théorie de la relativité générale.

1. J'en rappelle d'abord les points essentiels, en faisant figurer dans les formules, au même titre, les coordonnées rectangulaires x_1, x_2, x_3, et le temps que je désigne par x_4. Le milieu est défini par les *surfaces d'onde* qui correspondent à chacun de ses points (x_1, x_2, x_3), et qui varient, en général, avec l'instant considéré. Soient

$$\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4 \,|\, X_1, X_2, X_3, X_4) = 0, \qquad \Phi(x_1, x_2, x_3, x_4 \,|\, P_1, P_2, P_3, P_4) = 0$$

les équations homogènes, ponctuelle et tangentielle, qui représentent l'une quelconque d'entre elles, quand on transporte l'origine des coordonnées au point auquel elle correspond. La propagation d'un ébranlement dans le milieu, satisfaisant au *principe d'Huygens* (ondes enveloppes), s'effectue par transport individuel des éléments de contact, chacun d'eux glissant, suivant une loi déterminée, le long d'un *rayon*, entièrement défini par la position initiale de l'élément et l'instant où celui-ci est atteint par l'ébranlement. Les équations différentielles des rayons s'écrivent, u étant une variable auxiliaire,

$$\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4 \,|\, dx_1, dx_2, dx_3, dx_4) = 0, \tag{1}$$

$$d\frac{\partial\varphi}{\partial\, dx_k} - \frac{\partial\varphi}{\partial x_k} = \frac{\partial\varphi}{\partial\, dx_k}du \qquad (k = 1, 2, 3); \tag{2}$$

les dernières entraînent, m étant le degré d'homogénéité de φ,

$$(m-1)\,d\varphi = m\varphi.du. \tag{3}$$

Les *familles d'ondes* sont définies, avec la loi de leur évolution, par les équations $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0$ qui ont pour conséquence

$$\Phi\left(x_1, x_2, x_3, x_4 \,\middle|\, \frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \frac{\partial f}{\partial x_3}, \frac{\partial f}{\partial x_4}\right) = 0. \tag{4}$$

(1) *Bulletin de la Société mathématique*, t. 34, 1906, p. 230. — *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 3e série, t. 26, 1909, p. 405.

Les rayons sont les caractéristiques de cette équation aux dérivées partielles [1].

Enfin les rayons correspondent au temps minimum de propagation, si chaque surface d'onde est concave vers son origine (*principe de Fermat*).

2. J'observe maintenant qu'on retrouve les équations (2) quand on annule la variation de l'intégrale

$$x_5 = \int [\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4 \mid dx_1, dx_2, dx_3, dx_4)]^{\frac{1}{m}}, \tag{5}$$

prise entre deux points fixes de l'*espace à quatre dimensions* (x_1, x_2, x_3, x_4). Mais les rayons sont seulement, dans ce cas, des *solutions singulières* $(\varphi = 0)$. Les solutions générales sont des rayons pour la propagation par ondes, dans le milieu à quatre dimensions défini par les surfaces d'onde, indépendantes de x_5, représentées par l'équation non homogène

$$\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4 \mid X_1, X_2, X_3, X_4) = 1. \tag{6}$$

3. L'application à la théorie de la relativité est, dès lors, immédiate. Einstein définit le *champ de la gravitation* par une forme différentielle quadratique

$$\varphi = \sum_{h=1}^{4} \sum_{k=1}^{4} g_{hk}(x_1, x_2, x_3, x_4)\, dx_h\, dx_k, \tag{7}$$

élément métrique de l'espace à quatre dimensions de Minkowski. Les géodésiques figurent le mouvement des points matériels; les géodésiques singulières $(\varphi = 0)$ correspondent aux rayons lumineux. La forme φ est, du reste, réductible à trois carrés négatifs et un positif.

Nous concluons donc que, dans cette physique nouvelle, *la propagation de la lumière se fait par ondes* (surfaces d'onde ellipsoïdales), *suivant le principe d'Huygens*; que *les rayons satisfont aussi au principe de Fermat*; et que l'équation aux dérivées partielles (4) des familles d'ondes s'obtient en égalant à zéro le *paramètre différentiel* $\Delta_1 f$ de Beltrami.

De plus, si l'on se donne les surfaces d'onde, on achèvera de définir le champ de la gravitation par la seule donnée de $\sqrt{-g}$, g étant le discriminant de φ. C'est ce qu'on pourrait appeler la *densité de la gravitation*, l'élé-

---

[1] Cf. HADAMARD, *Leçons sur la propagation des ondes*, 1903, p. 292.

ment d'intégrale quadruple $\sqrt{-g}\,dx_1\,dx_2\,dx_3\,dx_4$ étant covariant à φ pour toute transformation ponctuelle en x_1, x_2, x_3, x_4.

Enfin, le mouvement même des points matériels peut être assimilé à un mouvement ondulatoire permanent dans l'espace de Minkowski.

4. Les fonctions g_{hk}, qui définissent le champ de la gravitation, et les composantes p_1, p_2, p_3, p_4 du potentiel vecteur qui définit le champ électromagnétique satisfont, d'après Einstein, à un système covariant à φ, de quatorze équations aux dérivées partielles du second ordre. Soit

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0$$

une équation qui n'annule pas $\Delta_1 f$: on pourra faire un changement de variables qui ramène φ à la forme de Lipschitz

$$(g_{1,4} = g_{2,4} = g_{3,4} = 0,\ g_{44} = 1)$$

et tel que l'équation $f = 0$ prenne la forme $x_4 = 0$. Mais, φ étant ainsi particularisé, on constate que dix des équations du champ se résolvent, sans ambiguïté, par rapport aux dérivées $\frac{\partial^2 g_{\alpha\beta}}{\partial x_4^2}$ $(\alpha, \beta = 1, 2, 3)$ et $\frac{\partial^2 p_j}{\partial x_4^2}$ $(j = 1, 2, 3, 4)$. Donc, pour toute solution des équations du champ, toutes les dérivées successives sont, pour $x_4 = 0$, des fonctions déterminées, sans ambiguïté, par les valeurs correspondantes des inconnues et de leurs dérivées premières. Donc, toute discontinuité d'ordre supérieur au premier est exclue sur $f = 0$, tant que $\Delta_1 f$ n'est pas nul. Donc les seules familles d'ondes de gravitation et d'ondes électromagnétiques possibles sont définies par des équations $f = 0$ qui sont aptes à représenter des familles d'ondes lumineuses.

Il y a donc identité dans la loi de propagation des ondes lumineuses, des ondes électromagnétiques et des ondes de gravitation [1]. En particulier, rien ne s'oppose à la conservation de la théorie électromagnétique de la lumière, dans les principes de la relativité générale.

Au fond, la raison de cette identité des lois de propagation est que l'équation caractérisant les familles d'ondes doit, pour chaque nature de phénomènes, être covariante à φ, et que, seule, l'équation $\Delta_1 f = 0$ est une équation aux dérivées partielles du premier ordre possédant cette propriété. La possibilité de généralisations, pour d'autres formes attribuées à φ, résulte des considérations précédentes.

---

[1] Einstein avait montré qu'*en première approximation* la gravitation se propage avec la vitesse de la lumière.

PHYSIQUE. — *Sur un nouveau phénomène magnétocalorique.* Note de MM. **Pierre Weiss** et **Auguste Piccard**, présentée par M. Paul Painlevé.

I. Au cours de l'étude magnétique du nickel dans le voisinage du point de Curie nous avons observé un échauffement notable de la substance, provoqué par l'établissement du champ. Pour un champ de 15000^g, l'effet peut atteindre $0°,7$. La suppression du champ produit un refroidissement de même grandeur.

La réversibilité de cet effet suffit à le distinguer de l'échauffement par hystérèse. L'ordre de grandeur aussi est différent. L'hystérèse ne produit, même pour un acier très dur, qu'une élévation de température de $\frac{1}{200}$ de degré par cycle.

Nous sommes assurés que le champ est sans action sur la force électromotrice du couple servant à la mesure des températures.

II. Ce phénomène est, comme la discontinuité de la chaleur spécifique au point de Curie, une conséquence du champ moléculaire. La chaleur élémentaire communiquée à l'unité est

$$dQ = C_\sigma dt - (H + H_m) d\sigma,$$

où σ est l'aimantation spécifique,
C_σ la chaleur spécifique à aimantation constante,
H le champ extérieur,
H_m le champ moléculaire.

Les mesures magnétiques faites sur la même distance ont montré que, conformément à l'hypothèse primitive du champ moléculaire, celui-ci est proportionnel à l'aimantation. $H_m = n\sigma$. On trouve alors, en s'appuyant sur la théorie du champ moléculaire, pour le phénomène adiabatique,

$$dt = \frac{T}{\theta} \frac{n}{2C_\sigma} d\sigma^2,$$

où T est la température absolue et θ le point de Curie. L'élévation de température est donc proportionnelle à l'accroissement du carré de l'aimantation.

Mais il convient de faire ici une distinction entre les variations appa-

rentes et réelles de l'aimantation. Au-dessous du point de Curie toute substance ferromagnétique possède, en l'absence du champ extérieur, dans des éléments de grandeur finie, une aimantation spontanée de grandeur déterminée, mais dont la direction est livrée au hasard de la microstructure cristalline. Lorsque le champ agissant sur cette aimantation la fait prédominer dans une direction, il ne fait que rendre apparente une aimantation déjà existante. A cet effet se superpose, en général, une variation réelle de l'aimantation par l'action du champ.

Pour observer le phénomène dans sa pureté il faut donc opérer au-dessus du point de Curie où, l'aimantation spontanée n'existant pas, toute variation d'aimantation observée est réelle. Le point de Curie du nickel étudié est à 629°,6 abs. A 634°,9 nous avons trouvé, en donnant au champ extérieur les valeurs H :

H.	Δt^0.	σ^2.	$\frac{\Delta t}{\sigma^2}$.
7820	0,26	74,5	0,0035
8780	0,32	85,5	0,0037
10050	0,37	100,8	0,0036
14950	0,57	151,0	0,0038

l'élévation de température est donc bien proportionnelle au carré de l'aimantation.

Au-dessous du point de Curie l'aimantation observée résulte de l'addition géométrique de l'aimantation apparente et de l'accroissement d'aimantation réel. A 627°,2 on a trouvé :

H.	Δt^0.	σ^2.	$\frac{\Delta t}{\sigma^2}$.
10050	0,564	229	0,00246
14950	0,742	275,5	0,00269

Le rapport est plus faible que celui trouvé au-dessus du point de Curie. Mais, l'aimantation apparente étant achevée dès le plus faible de ces champs, la différence $\sigma_2^2 - \sigma_1^2$ est une variation réelle du carré de l'aimantation et le rapport des accroissements

$$\frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\sigma_2^2 - \sigma_1^2} = \frac{0,742 - 0,564}{275,5 - 229} = 0,0038$$

donne, au degré de précision, la valeur trouvée au-dessus du point de Curie.

III. Toutes les observations ont été faites avec un retard constant

de 25 secondes sur la fermeture ou la rupture du courant d'excitation, imposé par la lenteur de l'établissement et de la disparition du champ. Pendant ce temps la différence de température entre le corps et le milieu diminue et les valeurs observées sont trop petites dans un rapport constant. Néanmoins il est intéressant de calculer le coefficient de la formule donnant dt, en empruntant aux mesures magnétiques $n = 70000$ et à l'étude calorimétrique (¹) la chaleur spécifique vraie au-dessus du point de Curie, $C_\sigma = 0,1256$. On trouve

$$dt = 0,00665\, d\sigma^2,$$

valeur 1,8 fois plus grande que celle qui a été observée, ce qui est parfaitement plausible.

Ce nouveau phénomène apporte donc une confirmation frappante de la théorie du champ moléculaire, qui aurait pu le faire prévoir et qui rend compte de toutes ses particularités.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Perturbations de la déclinaison magnétique à Lyon (Saint-Genis-Laval) pendant le quatrième trimestre de* 1917. Note de M. **Ph. Flajolet**, présentée par M. B. Baillaud.

Les relevés des courbes du déclinomètre Mascart, pendant le quatrième trimestre de 1917 (²), fournissent la répartition suivante des jours perturbés :

Échelle.		Octobre.	Novembre.	Décembre.	Totaux du trimestre.
0	Jours parfaitement calmes....	7	7	4	18
1	Perturbations de 1′ à 3′.....	5	11	8	24
2	» 3′ à 7′.....	3	5	7	15
3	» 7′ à 15′.....	12	6	8	26
4	» 15′ à 30′.....	4	1	0	5
5	» > 30′.....	0	0	1	1

Il y a eu 5 jours de fortes perturbations (19′ les 3 et 28 octobre; 17′ les 25 et 29 octobre, et 25 novembre) et 1 jour de très forte perturbation (40′ le 16 décembre).

(¹) Weiss, Piccard et Carrard, *Arch. Sc. phys. et nat.*, t. 43, 1917, p. 117.
(²) Il n'y a pas eu d'enregistrement les 21, 30 et 31 décembre.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les tumeurs du pin maritime.* Note de M. **Jean Dufrénoy**, présentée par M. L. Mangin.

Les pins maritimes de la forêt d'Arcachon portent en assez grand nombre des tumeurs caulinaires ou radicales. Sur les tiges d'un an, les tumeurs sont chancreuses et laissent exsuder, en abondance, de la résine qui s'écoule le long de la tige. Les tumeurs âgées peuvent se fermer par des bourrelets cicatriciels, et n'apparaître que comme des nodosités plus ou moins résineuses à la surface.

Les coupes transversales au niveau des tumeurs permettent de reconnaître : 1° des tissus normaux du bois et de l'écorce ; 2° des zones mortifiées ; 3° des tissus réactionnels.

Autour de zones cambiales mortifiées ou détruites, les cellules cambiales s'hypertrophient ou se cloisonnent de façon anormale, pour engendrer, sur leur face interne, un bois peu différencié, sur leur face externe, un bourrelet cicatriciel. Ce bourrelet est surtout formé de cellules embryonnaires à membrane mince et celluloso-pectiques ; quelques cellules peuvent cependant se lignifier, évoluer en fibres tordues, dont l'ensemble, disposé sans ordre, forme çà et là des noyaux ligneux extra-cambiaux.

L'assise subéro-phellodermique peut être aussi localement détruite. Les cellules génératrices voisines réagissent alors par une production excessive de cellules phellodermiques sur leur face interne, de cellules de liège sur leur face externe ; l'alternance habituelle des couches de liège dur et de liège mou est modifiée, et certaines cellules restent cellulosiques.

Les cellules initiales des bourgeons latéraux peuvent être également influencées et nous avons trouvé, sur une tumeur de quatre ans, un rameau à *trois* aiguilles, celles-ci possédant une structure caulinaire (absence du peridesme à ponctuations aréolées, d'endoderme différencié et d'hypoderme [1]).

Toutes les cellules réactionnelles et les cellules voisines contiennent des amas de microorganismes, colorables par le violet de gentiane ou le bleu de méthylène, et ne se colorant pas par le Gram.

---

(1) Ce fait nous paraît comparable à l'apparition de la structure caulinaire des feuilles de *Crysanthemum* atteintes de crown-gall [E.-F. Smith, *Crown-gall and sarcoma* (*U.S. Dep. of Agric., Bureau of Plant indust.*, Bull. 213, 1911)].

Au début de l'infection, ces coccus se portent au voisinage du noyau qui s'hypertrophie, souvent la cellule entière peut s'hypertrophier et devenir cellule géante, ou se diviser rapidement et de façon excessive; enfin, le noyau et le cytoplasme disparaissent par résinose et la cellule reste pleine de résine ou se vide par les déchirures et les canaux lysigènes (1).

Un mycélium très fin, qui vit fréquemment à la surface de la résine exsudée, peut aussi pénétrer à l'intérieur des tissus chancrés par les parties résinifiées.

Pour isoler les bactéries, nous avons prélevé des copeaux dans les tissus infectés préalablement mis à nu, ou nous y avons piqué des aiguilles pour inoculer des tubes d'agar au bouillon de pin. Dans les cultures faites avec les tissus des tumeurs caulinaires il se développe, au bout de trois jours à 12° pour les tumeurs d'un an, au bout de cinq pour les tumeurs plus âgées, des colonies très peu denses, grisâtres, et formant un léger voile à la surface de l'agar, qu'elles liquéfient (2).

Dans les tubes ensemencés avec les tissus des tumeurs radicales, il se développe, au bout de huit jours, des colonies blanches, qui deviennent très denses et épaisses, et qui se développent en surface ou à une faible profondeur, sans liquéfier l'agar.

Examinées au microscope, les colonies bactériennes provenant des tiges se montrent formées de coccus semblables à ceux qu'on observe dans les tumeurs caulinaires. Les colonies des racines sont formées de coccus beaucoup plus gros que ceux des tiges, et semblables à ceux des tumeurs radicales.

Les tumeurs des tiges et des racines du pin maritime paraissent dues à deux bactériacées différentes dont nous ferons connaître ultérieurement les caractères. Les tumeurs bactériennes de la tige de pin maritime diffèrent des tumeurs bactériennes du pin d'Alep, depuis longtemps connues, parce que le parasite est intra-cellulaire et que les métastases des tumeurs se développent en direction basifuge.

---

(1) J. Dufrénoy, *La signification biologique des essences et des pigments* (*Rev. gén. sc.*, t. 24, 1917, p. 575).

(2) Le mycélium de la résine se développe souvent dans les tubes, au bout de huit jours, et y forme des colonies blanchâtres, très différentes des colonies microbiennes, qu'on peut isoler par repiquage. Le mycélium n'est qu'un organisme adventif, qui n'existe qu'accidentellement dans les tumeurs, où il est localisé aux parties résinifiées par les bactéries.

BACTÉRIOLOGIE. — *Nouvelle méthode de coloration du bacille de la tuberculose.* Note de M. CASIMIR CÉPÈDE, présentée par M. Edmond Perrier.

Au cours de recherches sur la tuberculose destinées à préciser l'importance de la flore associée au bacille spécifique dans les complications de cette affection, j'ai systématiquement appliqué un grand nombre de méthodes de coloration du bacille de Koch.

Frappé par l'inégalité des préparations obtenues avec la méthode classique de Ziehl-Neelsen, j'ai remarqué que l'acide azotique [1] comme les acides minéraux forts ordinairement employés (acide sulfurique au quart, par exemple) avait une action trop brutale sur les éléments histologiques pour ne pas avoir une action analogue sur le bacille de Koch et les bactéries qui lui sont associées.

Désirant respecter à la fois les éléments histologiques des préparations et les microbes étudiés, j'ai été conduit à l'établissement de la technique de coloration que j'expose ici.

Principe de la technique. — Partant des méthodes à la fuchsine phéniquée (Ziehl-Neelsen et autres), modifiées par l'emploi d'acides organiques (Hauser, Petri, Cornil, Alvarez et Tavel, Watson Cheyne, Pappenheim, etc.), j'ai voulu abréger les manipulations par l'union de l'alcool et de l'acide organique, décolorants, avec le recolorant du fond (bleu de méthylène).

Choix de l'acide organique. — De tous les acides organiques à prix acceptable pour un usage courant (acide citrique, acétique, lactique, etc.) qui, associés à l'alcool, me donnèrent, par des dilutions choisies, les plus beaux et les plus constants résultats, l'acide lactique est celui qui me satisfit le plus parfaitement.

La présente technique repose sur la propriété bien connue du bacille de Koch d'être à la fois alcoolo- et acido-résistant. Par un titrage convenable de la dilution de l'acide lactique résultant de nombreuses expériences, je différencie le bacille de Koch d'acido-résistants qui ne sont pas alcoolo-acido-résistants, du bacille du smegma, par exemple. Cette considération acquiert toute son importance quand on recherche le bacille tuberculeux dans les urines souvent souillées par ce dernier microbe.

---

[1] C'est à la même dilution qu'on emploie l'acide azotique dans les laboratoires de zoologie pour détruire, partiellement au moins, les parties molles des poissons inférieurs quand on veut préparer le squelette cartilagineux de ces poissons.

Préparation du colorant (lactobleu de méthylène alcoolique ou bleu Cépède). — Mettre un excès de bleu de méthylène en poudre dans un flacon contenant : acide lactique, 40^{cm^3}; eau, 160^{cm^3}; alcool à 95°, 800^{cm^3}. On peut placer le bleu de methylène en poudre dans un petit sachet pour éviter tout filtrage. Si l'on veut, on peut conserver l'acide lactique saturé de bleu de méthylène en dilution aqueuse, à part (solution A) et préparer le colorant de la façon suivante :

Solution A (bleu de méthylène en excès, acide lactique 40^{cm^3}, eau distillée 160^{cm^3})	1 partie
Alcool à 95°	4 parties

Coloration. — Elle est très rapide. C'est une coloration-type à fond coloré en deux temps. La lame portant la coupe, ou le frottis de crachat, de sang ou d'urine fixé par la chaleur, reçoit la fuchsine phéniquée. On colore à chaud avec dégagement de vapeur pendant 5 minutes. On porte, avec ou sans lavage, dans notre lactobleu. Quelques minutes suffisent (2 ou 3, en général). On lave à grande eau. Si la lame n'a plus à l'œil nu qu'une teinte bleue uniforme, la coloration est terminée. Si, par hasard, elle montrait des endroits épais, encore colorés en rouge, il faudrait reverser quelques gouttes de notre lactobleu sur la préparation et attendre encore quelque temps pour obtenir la teinte bleue désirée. Sécher au buvard, puis à la flamme douce.

Recherche du bacille de Koch dans l'urine. — La technique est légèrement modifiée. Avant la coloration à la fuchsine, la préparation est traitée pendant 5 à 10 minutes par une lessive de soude additionnée de 5 pour 100 d'alcool qui enlève la graisse du bacille du smegma et fait disparaître son acido-résistance, alors que la cire du bacille de Koch lui conserve, dans ces conditions, sa propriété caractéristique. Le bacille de Koch, très finement coloré, apparaît seul en beau rouge. La flore associée est très joliment teintée en bleu. Les éléments cytologiques ont un aspect de fraîcheur que je n'ai pu leur communiquer par aucune des autres méthodes. A l'œil nu même, la préparation présente un réel caractère de propreté et de finesse.

Cette méthode, que j'ai fait connaître à de nombreux bactériologues avant de la publier, a remplacé la méthode allemande classique dans un service d'hôpital.

J'ai pu déterminer le bacille de Koch dans les divers milieux organiques : selles, urines, sang et crachats. Le microbe apparaissait avec toute la finesse désirable dans ses particularités cytologiques : enveloppe cireuse incolore, formes trapues, formes moyennes, formes longues en chapelet, pseudo-spores, etc.

Dans des cas d'endocardite infectieuse à pronostic fatal, j'ai pu colorer d'une manière très précise le bacille de Koch dans le sang et en particulier dans les phagocytes au cours de la bactériolyse de digestion phagocytaire.

La rigueur de cette méthode que nous expérimentons depuis plus d'un

an a permis de diagnostiquer des tuberculoses dans un grand nombre de cas douteux confirmés ensuite par la clinique et le laboratoire.

J'ai pu, ainsi, faire conserver dans des sanatoria, des tuberculeux dont l'examen au Ziehl avait été négatif alors que l'examen au Cépède attesta la présence du bacille de Koch. Ce microbe fut retrouvé au Ziehl par le bactériologiste averti qui laissa agir moins longtemps l'acide azotique sur les crachats, justifiant *a posteriori* l'avantage de notre technique.

Des étudiants n'ayant jamais fait de coloration bacillaire réussirent leur frottis par notre méthode dès la première épreuve avec toute la précision désirable (détails du bacille, conservation de la flore associée, etc.).

Conclusions. — Les avantages de notre coloration se résument comme suit :

1° Précision et finesse de la coloration du bacille de Koch, de la flore associée et des éléments histologiques.

3° Économie de temps très appréciable.

3° Sûreté du diagnostic.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur la prophylaxie de la Fièvre de Malte par l'immunisation active des animaux vecteurs du germe.* Note de M. H. VINCENT, présentée par M. Edmond Perrier.

Primitivement considérée comme une maladie localisée à Malte et à Gibraltar, la Fièvre de Malte est, en réalité, observée dans un grand nombre de pays, notamment ceux qui sont riverains de la Méditerranée. Elle n'est nullement rare en France et a donné lieu à de véritables épidémies (Cantaloube, Friley).

Il serait assurément erroné de considérer la chèvre comme le principal réservoir de virus mélitensien (Zammit, Horrocks, Kennedy, Shaw, etc.), puisque d'autres animaux peuvent être également infectés et, partant, contagieux pour l'homme. Néanmoins, il semble bien, par les nombreuses relations qui ont été publiées, que la chèvre tient la principale place dans l'étiologie de la maladie.

En raison de l'importance économique de l'élevage des chèvres, il m'a paru utile de publier le résultat de mes recherches sur la prévention de la Fièvre de Malte par l'immunisation active des animaux réceptifs pour cette infection. La maladie charbonneuse, qui faisait autrefois de graves ravages

parmi le bétail et, par ce dernier, se transmettait à l'homme, est devenue exceptionnelle chez les premiers et chez le second depuis l'application de de la vaccination anticharbonneuse aux troupeaux de bœufs et de moutons, suivant les règles prescrites par Pasteur.

On est conduit à penser que l'immunisation active de la chèvre contre le *Micrococcus melitensis* peut être réalisable, car cet animal ne présente, le plus souvent, que des symptômes morbides atténués, bien qu'il abrite pendant longtemps le microbe pathogène dans son urine et dans son lait. D'autre part, la chèvre peut en guérir spontanément, après un délai variable. Après sa guérison elle a acquis l'immunité (Bruce). J'ai donc essayé de renforcer cette résistance naturelle par la vaccination à l'aide de plusieurs races de *Micr. melitensis*. Une partie de ces recherches a déjà fait l'objet d'une Note précédente [1].

On ne peut songer à immuniser les animaux à l'aide de virus vivant même atténué, car on déterminerait chez eux des cas d'infection et l'on faciliterait ainsi la dissémination du *Micr. melitensis* par ces porteurs de germes. Il est donc nécessaire de les vacciner avec un virus tué.

Les cultures sur gélose, âgées de trois à quatre jours, ont été diluées dans l'eau physiologique, puis stérilisées par l'agitation avec l'éther et contact pendant deux heures avec celui-ci. Il se forme à la surface une épaisse couche graisseuse qui est rejetée. Seule, l'émulsion sous-jacente est utilisée.

Le vaccin est polyvalent. Il est actuellement préparé avec dix races de *Mic. melitensis* et une race de *M. para-melitensis* qui m'out été obligeamment envoyées par MM. les Drs Edmond Sergent (d'Alger) et Moragas (de Barcelone) que je remercie vivement de leur grande obligeance. Le vaccin renferme environ 2 milliards de microcoques par centimètre cube. Il est fait deux injections de 2^{cm^3} chacune, à 5 ou 8 jours d'intervalle.

J'ai fait les expériences suivantes en vue de vérifier le degré d'immunité conféré par ces injections. Un premier lot de deux chèvres adultes a été vacciné, en 1910, après vérification de l'absence du pouvoir agglutinant de leur sang. L'une a reçu 3^{cm^3}, l'autre 4^{cm^3} de vaccin sous la peau, en trois fois et à 8 jours d'intervalle. Un mois après on a inoculé 4^{cm^3} de culture vivante et virulente dans la veine jugulaire.

Ces injections d'épreuve, à dose massive, du microbe vivant n'ont

[1] H. Vincent et Collignon, *Sur l'immunisation active de la chèvre contre la Fièvre de Malte* (*C. R. de la Société de Biologie*, 26 novembre 1910).

amené qu'une élévation thermique légère. La fièvre avait disparu le lendemain. La seconde chèvre eut une diarrhée fugace. L'une et l'autre ont conservé un état général absolument normal et ont beaucoup grossi. Leur sang a été ensemencé à deux reprises, 8 jours et 1 mois après l'inoculation d'épreuve. Il était stérile. La seconde chèvre est devenue pleine 4 mois après et a donné naissance à deux chevreaux à terme et parfaitement sains.

Deux jeunes boucs âgés de 6 à 8 mois ont été immunisés par une seule injection *intraveineuse* de 2^{cm^3} de vaccin. Ils n'ont eu qu'une légère réaction fébrile. Pour éprouver leur immunité, on leur a injecté 4 semaines après, dans la veine jugulaire, 4^{cm^3} de culture vivante et virulente. Cette injection d'épreuve a donné lieu à des réactions plus fortes que chez les chèvres vaccinées par injection sous-cutanée. Les deux chevreaux ont eu 40°, avec un peu de diarrhée et d'inappétence. Néanmoins ces signes n'ont pas persisté et leur croissance s'est ensuite effectuée normalement. Leur sang et leur urine, ensemencés 3 à 6 semaines après, n'ont pas donné de culture du *M. melitensis*.

Une autre chèvre adulte et deux chevreaux âgés de 2 à 3 semaines ont été vaccinés en deux fois. On a inoculé, 1 mois après, à la chèvre et dans la veine, le contenu total d'un tube de culture sur gélose, âgée de 3 jours; aux deux chevreaux, dans le péritoine, la même quantité du virus vivant. Deux mois après on a nourri pendant une semaine les deux chevreaux avec des aliments additionnés de *M. melitensis*. Tous ces animaux sont restés indemnes. On a sacrifié l'une des chèvres au bout de 1 mois et les deux chevreaux l'un après 3 mois et demi, et l'autre après 9 mois, les animaux étant à jeun depuis la veille. Les ensemencements du sang du cœur, de la pulpe splénique, de la pulpe hépatique, de la bile, du tissu rénal, de l'urine et de la moelle osseuse (fémur) sont restés rigoureusement stériles.

On sait que, chez les chèvres inoculées expérimentalement par injection sous-cutanée, le *M. melitensis* peut être retrouvé dans les viscères 1 an et même 16 mois après (Zammit).

Les expériences précédentes montrent, par conséquent, que les injections vaccinantes ont donné aux chèvres une forte immunité qui les a protégées contre une dose élevée de virus vivant introduit sous la peau, dans la veine, dans le péritoine ou par la voie digestive.

J'ai vacciné, par cette méthode, seul ou avec le concours de mes préparateurs MM. Pilod, Collignon et Emery, plus de 200 chèvres jeunes ou adultes. Avec la bienveillante autorisation de M. Edmond Perrier, et grâce à l'obligeance de M. Trouessart, les chèvres du Muséum ont été immu-

nisées en 1910 et 1911 par la même méthode. Après examen préalable du sang et vérification de sa non-agglutination par le *M. melitensis*, la vaccination a été faite : 1° sur des chèvres ou des boucs adultes; 2° sur de jeunes chevreaux âgés de 2 à 3 mois; 3° sur des chèvres en gestation depuis 1 à 3 mois; 4° sur des chèvres en lactation. La vaccination n'a déterminé aucun symptôme spécial. Les injections amènent, quelques heures après, une élévation de température de 0,5 à 1 degré. Le lendemain la température est normale. Les chèvres conservent leur appétit. Celles qui étaient pleines n'ont eu aucun phénomène morbide. Leur gestation n'a été en rien influencée par les injections vaccinantes ([1]).

Cette méthode d'immunisation, des chèvres et des autres animaux susceptibles de transmettre la fièvre de Malte par leur lait ou par ses dérivés, ou bien sous l'influence de la contagion directe, peut avoir le double résultat de protéger ces animaux et, indirectement, l'homme lui-même contre cette grave infection.

M. **Joseph Costa** adresse une Note manuscrite intitulée : *Sur le rôle que l'électricité industrielle pourrait jouer en agriculture.*

(Renvoyée à la Section d'Économie rurale.)

A 16 heures et quart l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

A. Lx.

([1]) On a, dans un but thérapeutique, fait des essais de vaccinothérapie chez un certain nombre de chèvres atteintes d'infection mélitensienne. Les résultats en seront communiqués ultérieurement.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE NOVEMBRE 1917 (*suite et fin*).

La crise agricole et le remède coopératif. L'exemple du Danemark, par GEORGES DESBONS, 10e édition. Paris, Secrétariat du parti républicain socialiste, 1917; 1 vol. in-16.

Contribution à l'étude du « Proteus vulgaris » Hauser (*Recherches biochimiques comparées sur une race pathogène et une race saprophyte*), par FRANCISCO GOMES VALLE MIRANDA. (Thèse de doctorat.) Paris, Gauthier-Villars, 1917; 1 vol. in-8°.

Contribution à l'héliothérapie intensive. Un appareil simplifié, par J. DE T. Landerneau, imprimerie Desmoulins, 1917; 1 fasc. in-8°.

Le sable des Landes et ses eaux, par B. SAINT-JOURS. Extrait de la *Revue historique de Bordeaux et du département de la Gironde*, 1916-1917. Bordeaux, Gounouilhou, 1917; 1 fasc.

Ministère de l'Agriculture. Direction générale des eaux et forêts (2e partie). Service des grandes forces hydrauliques (région du sud-ouest). Tome V, fasc. B : *Résultats obtenus pour le bassin de l'Adour pendant les années* 1913 *et* 1914; — Tome V, fasc. C : *Résultats obtenus pour le bassin de la Garonne pendant les années* 1913 *et* 1914. 2 cartonniers in-8°.

Considérations et recherches expérimentales sur la direction des racines et des tiges, par HENRI GADEAU DE KERVILLE. Extrait du *Bulletin de la Société des amis des sciences naturelles de Rouen*, 1914 et 1915. Paris, Baillière, 1917; 1 vol. in-8°.

Notes sur les fougères, par HENRI GADEAU DE KERVILLE. Extrait du *Bulletin de la Société des amis des sciences naturelles de Rouen*, 1913, 1914 et 1915. Rouen, Lecerf, 1915 et 1917; 2 vol. in-8°.

Communication à l'Académie française des Sciences sur une nouvelle méthode de régulation des compas magnétiques, par ERICK et MICHEL DE CATALANO. Bordeaux, Frayssé, 1917; 1 fasc.

The nautical almanac and astronomical ephemeris for the year 1920, *for the meridian of the royal Observatory at Greenwich*, published by order of the lords commissioners of the Admiralty. London 1917; 1 vol. in-8°.

Yearbook of the department of agriculture, 1916. Washington, Government printing Office, 1917; 1 vol. in-8°.

ERRATA.

—

(Séance du 11 février 1918.)

Note de MM. *Bigourdan*, *Blondel*, *etc.*, Observations sur le langage scientifique moderne :

Page 236, ligne 14, *supprimer* le nom de M. LALLEMAND.